

Università di Udine, Facoltà di Scienze della Formazione  
**Corso di Storia della Scienza (8)**  
**Scienza e cultura**  
**Alle radici storiche della prospettiva**



**Giorgio T. Bagni**  
 Dipartimento di Matematica e Informatica  
 Università di Udine  
[bagni@dimi.uniud.it](mailto:bagni@dimi.uniud.it)  
[www.syllogismos.it](http://www.syllogismos.it)

**Una storia tra Scienza e Arte**  
**(per superare un pregiudizio)**

- La storia delle ricerche sulla prospettiva è **la storia di una grande e feconda collaborazione**:
- la Scienza supporta l'Arte nella ricerca di metodi rigorosi per la rappresentazione verosimile della realtà;
- l'Arte fornisce alla Scienza e alla Matematica uno spunto di eccezionale importanza.
- Uno dei massimi artisti del Rinascimento è anche un ottimo matematico** ed è il più importante trattatista sulla prospettiva. Dunque...  
**ha ancora senso parlare delle due culture?**

**Una rappresentazione bidimensionale della realtà**



Non sembra possibile rilevare alcun senso di tridimensionalità nelle **incisioni rupestri** paleolitiche o neolitiche.

- Disegni **egizi** provano che i loro autori avevano intuito empiricamente la nozione di figure simili.
- Età micenea** (1400-1100 a.C.): allineamenti di teste su piani diversi per ottenere immagini prospettiche.
- Tcheou-Pei Suang Ching** (IV-III sec. a.C.; ma 1100 a.C.): determinazione geometrica di ombre.

**Un architetto dell'età augustea, Vitruvio, in veste di storico dell'arte**

- "**Democrito e Anassagora** scrissero di come le linee debbano corrispondere, in maniera naturale, alla visione degli occhi e all'estensione dei raggi, fissato un certo punto come centro, affinché immagini determinate dell'apparenza rendano l'aspetto degli edifici nelle pitture sceniche, e **le figurazioni in prospetto piano ora sembrano sfuggenti, ora prominenti**" (Vitruvio, *De architectura*, VII).
- Ai pittori **Apollodoro di Atene e Polignoto di Taso** (V-IV sec. a.C.) sono ricondotte esperienze nella rappresentazione di alcuni personaggi per suggerire l'effetto di profondità.

**Un trattato fondamentale: l'Optica di Euclide**

- Edizioni a stampa di *Optica* sono note dal XVI sec.; il trattato è stato inserito da J.L. Heiberg nel vol. VII dell'*Opera Omnia euclidea* (1895).
- Oltre ad *Optica* troviamo anche *Opticorum recensio Theonis* (Teone di Alessandria si occupò dell'edizione di *Elementi* e di *Optica*).



**L'Optica di Euclide: i quattordici termini**

- In *Optica* sono proposti 14 termini. I primi due sono:
  - I.** I raggi emessi dall'occhio procedono per via dritta.
  - II.** La figura compresa dai raggi visivi è un cono che ha il vertice nell'occhio e la base al margine dell'oggetto visto.
- Euclide seguiva la concezione che fu di Platone, secondo la quale il raggio visivo **parte dall'occhio e segue una via rettilinea** (termine I).
- Il termine II ha importanza decisiva: **collega la comprensione e la descrizione dei fenomeni ottici alla geometria.**

## La rappresentazione della realtà e l'opzione razionale di Euclide

- Con l'*Ottica* euclidea gli sforzi per ottenere una rappresentazione verosimile della realtà imboccarono la strada dello studio matematico; questa scelta sarà definitiva e si snoderà attraverso tutta la storia.
- Alcuni risultati di Euclide, probabilmente già intuiti in precedenza, si ritrovano in **interessanti accorgimenti tecnici nella struttura degli edifici greci**: importante è la visione scenografica della facciata del tempio.
- Molti risultati dimostrati nei **trattati di prospettiva medievale e rinascimentali** furono direttamente ripresi o comunque ispirati dall'opera di Euclide.

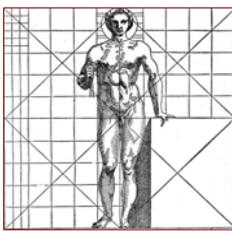


## Dopo Euclide: l'arte della Roma antica

- L'**arte romana** utilizzò visioni di tipo prospettico per suggerire effetti di profondità: pitture vascolari e affreschi a Pompei (Villa dei misteri e di Diomede), a Boscoreale, a Roma (Villa di Fannio Sinistore); nella Stanza delle Maschere, al Palatino, un affresco rappresenta la scena di un teatro con alcuni particolari di scorcio ed è caratterizzato dalla **convergenza di alcune rette in un unico punto**.
- Nei paesaggi attribuiti al "**Maestro Visionario**" (il grande mosaico pompeiano Alessandro alla battaglia di Issa: Museo Archeologico Nazionale di Napoli) compaiono elementi rappresentati di scorcio.



## Due protagonisti: Vitruvio e Claudio Tolomeo



*De Architectura*:  
tavola dell'edizione  
a stampa del 1547.

- **Vitruvio** scrisse nel *De Architectura* (I sec. a.C.): "Scenografia è lo schizzo della facciata e dei lati in scorcio con la **convergenza di tutte le linee al centro**".
- **Tolomeo**, grande cartografo, scrisse un trattato di ottica. Il suo *Planisphaerium* (160) edito da Commandino segnerà una svolta nella storia della prospettiva.



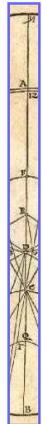
## Dopo gli Arabi, l'ottica e la prospettiva nel Medioevo

- Le opere arabe stimolarono l'interesse per l'ottica:
- Roberto di Lincoln, Grossatesta (1175-1253): *De luce*;
  - Ruggero **Bacone** (1214-1294): *Scientia perspectiva*;
  - Giovanni **Peckham** (1242-1292) detto "Magister perspectivae": scrisse *Perspectiva communis*.
  - Parallelamente molti pittori si impegnarono nell'elaborazione di regole pratiche per una **rappresentazione verosimile della realtà**, in una prima fase attraverso la ricerca empirica. In particolare: **Duccio di Boninsegna** (1255-1319), **Giotto da Bondone** (1267-1336), **Ambrogio Lorenzetti** (attivo tra il 1319 e il 1348).



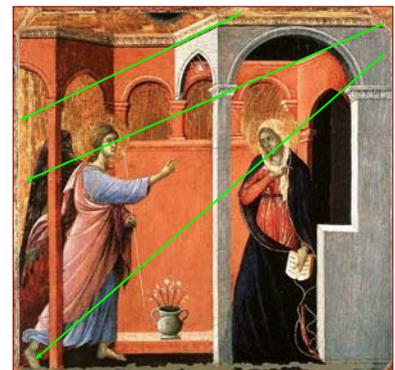
## Il maestro di Giotto: Cimabue (1240-1302)

- Compaiono alcuni chiari riferimenti alla terza dimensione.
- Il trono nella parte inferiore della tavola presenta alcuni **accorgimenti intuitivi**.
- La rappresentazione è ancora influenzata da elementi estranei al reale (come **la dimensione dei personaggi**).



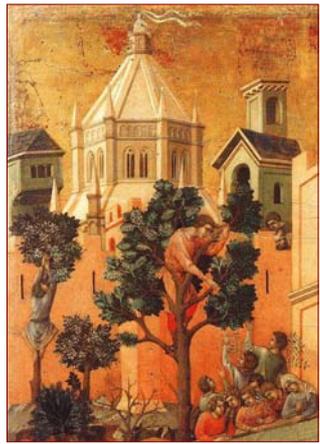
## Inizio del XIV sec.: L'annunciazione Duccio

- C'è la chiara volontà di rappresentare lo spazio in **tre dimensioni**.
- Tuttavia alcune regole base della prospettiva **non** sono ancora considerate.



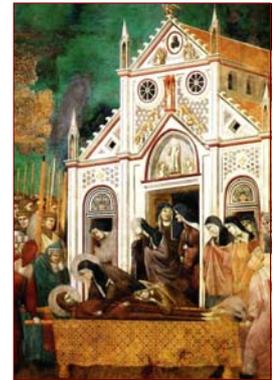
### Inizio del XIV sec.: Duccio

- Nell' *Entrata in Gerusalemme* la tridimensionalità di alcuni elementi architettonici è resa con cura.
- Con **Duccio** siamo però ancora nella fase della **perspectiva naturalis** (o **communis**).



### Gli affreschi di Giotto nella Basilica di San Francesco

- **Giotto** è un grande interprete della **perspectiva naturalis**.
- La sua ricerca della profondità **non** è però basata su metodi rigorosi.
- Quella di Giotto può essere considerata una scelta artistica.
- La storia dell'arte **non** si interpreta in termini di "progresso".



### Giotto: La rinuncia agli averi (cappella Bardi a Santa Croce)



### Siena: gli Effetti del Buon Governo (1337-1340) di Ambrogio Lorenzetti



### La svolta: la "regula legitima" di Filippo Brunelleschi (1377-1446)

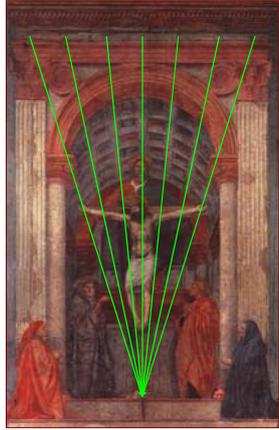


### Masaccio segue Brunelleschi

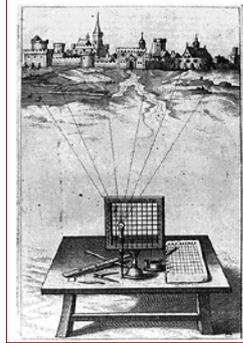


## La Trinità del grande Masaccio

- L'opera (a Firenze, Santa Maria Novella) simboleggia un passaggio cruciale.
- **Masaccio**, che pure morì giovanissimo, è una figura chiave nella nascita della **prospettiva artificialis**.
- Si noti la presenza di un unico punto di fuga.

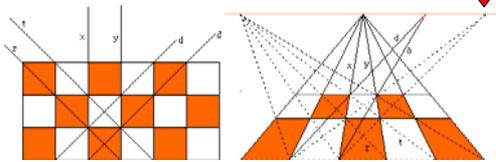


## Leon Battista Alberti e la prospettiva del Rinascimento



- **Leon Battista Alberti** (1404-1472) scrisse *Dell'Architettura* e *Della Pittura* (1435-1436, opera che sarà stampata nel 1511) in cui sono riprese e ampliate le idee di Brunelleschi.
- Il lavoro albertiano appare ancora legato a un vago **empirismo**.

## La prospettiva del Rinascimento e l'idea di infinito



- Nella figura a sinistra la rappresentazione di un pavimento in pianta.
- Nella figura a destra la corrispondente costruzione rinascimentale secondo i principi di Leon Battista Alberti (la linea rossa sarà detta **retta all'infinito**).

## “Il miglior geometra dei tempi suoi”: Piero della Francesca (1416-1492)

- Nelle *Vite*, Vasari presenta un sommo artista con una definizione non certo usuale:  
**il miglior geometra dei tempi suoi.**
- Questo eccellente geometra scrisse un trattato fondamentale: *De Perspetiva pingendi*.



## Un altro grande artista si occupa di geometria: Albrecht Dürer

- “I pittori del Rinascimento si rivolsero alla matematica non solo perché avevano il problema di dipingere in modo realistico, ma anche perché erano consapevoli che **la matematica fosse l'essenza del mondo fisico**” (M. Emmer).
- La diffusione della prospettiva nell'Europa centro-settentrionale fu favorita da **Albrecht Dürer** (1471-1528) che fu a lungo in contatto con gli ambienti veneziano e bolognese.
- Nel 1525 Dürer pubblicò *Institutionum geometricarum Libri quatuor*.

## Un altro grande artista si occupa di geometria: Albrecht Dürer



- Dürer espose alcune costruzioni di poligoni regolari, le tecniche di rappresentazione prospettica di poliedri e i loro sviluppi piani.
- Affermò che la struttura prospettica di un quadro non deve essere disegnata a mano libera, ma ricavata **con procedimenti matematici**.

## La tridimensionalità nelle opere di Leonardo da Vinci (1452-1519)

- A differenza di Piero, Leonardo nel *Trattato della Pittura* sottolinea la tridimensionalità mediante accorgimenti squisitamente **pittorici** (sfumature etc.).



## Prospettiva "pratica"

- Accorgimenti per la realizzazione pratica di vedute in prospettiva vengono utilizzati... da Dürer ad oggi!
- La "camera oscura" è stata impiegata da molti pittori (anche da Canaletto).
- Ma la prospettiva "pratica" ormai ci interessa ben poco...



## La prospettiva e i grandi: da Kepler (1571-1630) a Desargues (1591-1661)

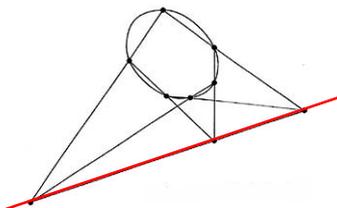


- Johannes Kepler nel 1604 pubblicò *Paralipomena ad Vitellionem*: nasce l'ottica geometrica moderna.
- La trattazione unitaria delle coniche portava ad un'intuitiva introduzione del "punto all'infinito".
- Kepler anticipò di trent'anni l'impostazione di Girard Desargues.

## I punti all'infinito dalla prospettiva alla geometria proiettiva

- La convergenza di rette parallele al **punto di fuga**, collocato "infinitamente" lontano, porta i geometri (a partire da Kepler e da Desargues) ad introdurre il **punto improprio**.
- Sarà uno dei concetti fondamentali della **geometria proiettiva**.
- Afferma Desargues: due rette hanno un "**punto traguardo**" se sono incidenti (il loro comune punto proprio), ma **anche se sono parallele** (e si tratta del loro comune punto improprio).

## Il più importante dei seguaci di Desargues: Blaise Pascal (1623-1662)

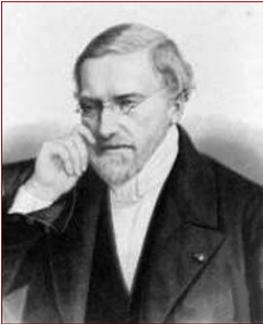


- **Teorema di Pascal** (in forma moderna). Condizione necessaria e sufficiente affinché un esagono sia inscrittibile in una conica è che siano allineati i punti di intersezione delle tre coppie di lati opposti.

## La rappresentazione della realtà tridimensionale: Gaspard Monge

- Gaspard Monge (1746-1818), fu uno dei grandi sistematori delle questioni riguardanti la rappresentazione bidimensionale di oggetti tridimensionali: a lui si deve la **geometria descrittiva**.
- Monge si proponeva di risolvere sia il problema della rappresentazione di un oggetto tridimensionale che il problema inverso, ovvero la ricostruzione delle caratteristiche di un oggetto a partire dalla data sua rappresentazione.
- La rappresentazione di Monge non considera il problema "artistico" della verosimiglianza.

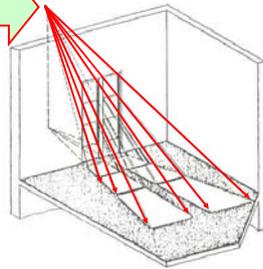
## Il legislatore della geometria proiettiva: Jean-Victor Poncelet



- Un allievo di Monge, **Jean-Victor Poncelet** (1788-1867), pubblicò nel 1822 il *Traité des propriétés projectives des figures*: con tale opera si identifica la nascita della moderna geometria proiettiva.
- Poncelet riprese e completò l'opera di Desargues.

## Dalla geometria affine... ...alla geometria proiettiva

➤ Il punto da cui avviene la proiezione non è infinitamente lontano!



## Geometria, geometrie: Felix Klein e il "programma di Erlangen"

- L'unificazione dell'opera dei geometri dell'Ottocento fu realizzata da **Felix Klein** (1849-1925), che nella prolusione del 1872 all'Università di Erlangen identificò la geometria con lo studio degli invarianti rispetto a gruppi di trasformazioni.
- La classificazione delle trasformazioni porta alle varie "geometrie":
  - **euclidea**: congruenze. Mantengono le distanze.
  - **affine**: affinità. Invarianti: rapporti (su rette).
  - **proiettiva**: trasformazioni proiettive. Gli invarianti sono i birapporti.

## Geometria, geometrie: Felix Klein e il "programma di Erlangen"

- Il programma di Erlangen armonizzò e riunì ogni settore di ricerca della geometria in un'impostazione unitaria per spirito, scopi e tecniche.
- La geometria proiettiva, sorta sulla base delle ricerche sulla prospettiva e sull'ottica geometrica, si fuse definitivamente con tutte le altre "interpretazioni del fare geometria".
- In questo senso il 1872 segnò la fine della ricerca "isolata" nel campo della geometria proiettiva (come nel campo di qualsiasi "altra geometria"), ricerca conglobata ed organizzata, metodologicamente, nella più generale algebra delle strutture.

## Bibliografia

- G. Bagni, B. D'Amore, *Alle radici storiche della prospettiva*, Angeli, Milano 1994.
- U. Cassina, *La prospettiva e lo sviluppo dell'idea dei punti all'infinito*, "Periodico di matematiche", 1921, 4-1, 326-337.
- M. Menghini, L. Mancini Proia, *La prospettiva*, Quaderno CNR-TID n. 2, 1988.

## A tutti grazie dell'attenzione

