Università di Udine, Facoltà di Scienze della Formazione

Corso di Storia della Scienza (6)
Geometria e meccanica in Grecia
Tecnologia a Roma

Universitas Studiorum Utinensis

Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

La grande geometria greca: Euclide e gli *Elementi*

- Euclide fu "platonico di idee e di formazione"; intorno al 300 a.C. scrisse gli ***Elementi*, uno tra i più celebri trattati della storia della matematica**, la presentazione elegante e completa della geometria e dell'aritmetica elementare del mondo greco.
- Non si tratta di un lavoro contenutisticamente del tutto originale: frequenti sono i riferimenti alla scienza pre-euclidea, peraltro non sempre facilmente individuabili a causa della scarsità delle fonti
- **Ci occuperemo di una disciplina tradizionalmente nata molti secoli dopo Euclide.**

Che cos'è l'algebra? Una domanda da "storicizzare"

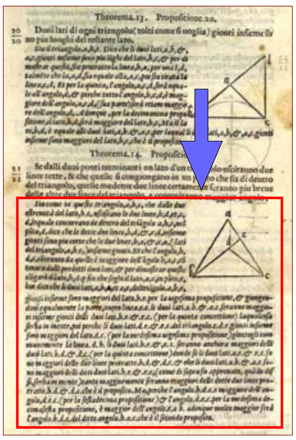
- Il settore della matematica che consente di risolvere problemi come:

  "Trovare il valore da assegnare a x affinché sia: 2x+1 = 7"

  dunque equazioni espresse mediante simboli specifici, risale al XVI secolo: **algebra simbolica**.
- Una disciplina espressa meno tecnicamente può risalire al III secolo: **algebra sincopata**.
- Ma i problemi che noi oggi risolviamo algebricamente sono presenti a partire dal II millennio a.C., espressi mediante descrizioni verbali: **algebra retorica**.

Nesselmann (1842) tra parole e simboli

L'antica descrizione retorica di una disequazione



L'algebra sincopata

- Con l'**algebra sincopata**, in **Luca Pacioli** (1445-1514), quantità ed operazioni erano abbreviate:

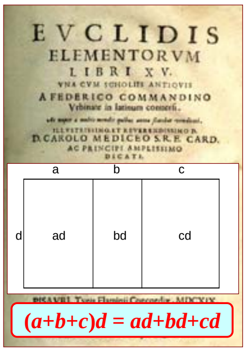
  "Trouame 1.n°. che gionto al suo qdrat° facia .12"

  rappresentava l'equazione: $x+x^2 = 12$
- In Girolamo Cardano (1501-1576):

  "Qdratu aeqtur 4 rebus p: 32": $x^2 = 4x+32$
- E con l'opera di François Viète (1540-1603) l'algebra sarà "finalmente" **simbolica** (con l'uso dei parametri).

Ma… non corriamo troppo: Euclide e l'algebra geometrica

- **Proposizione 1, II libro degli *Elementi*:** "Se si dànno due segmenti, e si divide uno di essi in quante parti si voglia, il rettangolo compreso dai due segmenti è equivalente alla somma dei rettangoli compresi dal segmento indiviso e da ciascuna delle parti dell'altro".



Prima riflessione: la selezione dei dati storici è epistemologicamente neutra?

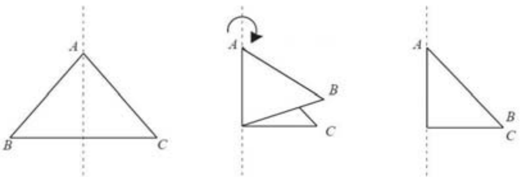
- G. Nesselmann, un secolo e mezzo fa, propose dunque per l'algebra la celebre scansione in tre fasi:

retorica → **sincopata** → **simbolica**

- Ciò fa pensare al *progresso* dell'algebra (L. Radford) "secondo il quale gli oggetti vengono **purificati** eliminando da essi tutta la dannosa sostanza fisica"…
- Ma come si spiega l'**algebra geometrica euclidea**?
- La scansione di Nesselmann **emerge con chiarezza se e solo se consideriamo un ben preciso sottoinsieme dei dati storici disponibili!**

Seconda riflessione: attualità (anche didattica) di Euclide

- Seguendo la classificazione di D. Tall (2001), molte dimostrazioni possono basarsi sulla **visualizzazione**.
- In geometria, ad esempio, l'aspetto visuale può essere collegato ad attività "fisiche". Dimostriamo che un triangolo con due lati uguali ha due angoli uguali:



Attualità di Euclide: visualizzazione e dimostrazione

- Ma Euclide usa la visualizzazione geometrica **anche per dimostrare delle proprietà algebriche.**
- Nello spirito del II libro degli *Elementi*, ad esempio, dimostriamo che $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

[Ad es.: $9^2-5^2 = (9+5)(9-5)$, infatti: $81-25 = 56 = 14\cdot4$]

Un approccio recentemente rivalutato dalla didattica della matematica!

Euclide e lo statuto epistemologico della matematica

- Con **la grande stagione della matematica greca** culminata negli *Elementi* la matematica assume una struttura teorica chiara.
- C'è coinvolgimento di conoscenze:

del **I ordine** (contenuti)

del **II ordine** (regole per rappresentare e dedurre)

del **III ordine** (in rapporto allo statuto epistemologico).

- **definizioni**
- **teoremi**

- **convenzioni rappresentative**
- **tecniche di dimostrazione**

- **(ad esempio) rifiuto di usare l'infinito attuale in matematica**

Euclide e l'importanza della dimostrazione

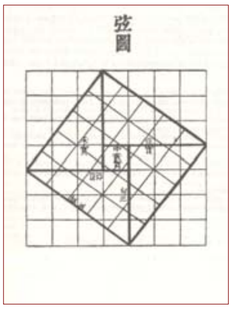
- I risultati da dimostrare (ad esempio per assurdo) erano ricavati euristicamente, con tecniche che i Greci non accettavano come vere dimostrazioni.
- Nella mentalità eleatico-platonica, la conoscenza non poteva essere ottenuta mediante i sensi: **era la dimostrazione che "stabiliva la verità".**

- **definizioni**
- **teoremi**

- **convenzioni rappresentative**
- **tecniche di dimostrazione**

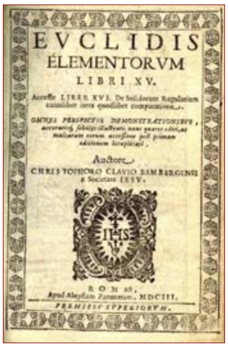
- **(ad esempio) rifiuto di usare l'infinito attuale in matematica**

Storia e geografia della matematica: Euclide e la cultura occidentale



- In altre tradizioni matematiche la dimostrazione **non** era considerata come l'elemento fondamentale.
- Ad esempio, in Cina le **dimostrazioni non avevano un ruolo primario**.
- Gli antichi matematici cinesi distinguevano le dimostrazioni *bian* (per il convincimento) e *xiao* (per la comprensione).

Storia e geografia della matematica: Euclide e la cultura occidentale



- Gli *Elementi* tradotti in cinese (1594-1607) da **M. Ricci** e da Xu Guangqi furono apprezzati solo parzialmente in Cina.
- Questo libro fa parte della **"nostra"** matematica. Anzi…

L'impostazione ipotetico-deduttiva degli *Elementi* identifica la matematica occidentale

La grande geometria greca: Archimede, Apollonio

- "Archimede, la più grande intelligenza dell'antichità, è moderno sino al midollo. Egli e Newton si sarebbero capiti perfettamente ed è possibile che, se Archimede fosse vissuto tanto da poter seguire un corso universitario di matematica e di fisica, avrebbe perfettamente compreso Einstein, Bohr e Dirac. Di tutti gli antichi, Archimede è il solo che ragioni con la libertà che si permettono oggi i matematici" (Bell, 1991, p. 18).

La grande geometria greca: Archimede, Apollonio

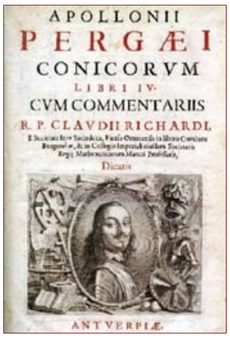
- "Archimede era dotato di un'elevata intelligenza, di una grande **ampiezza d'interessi, sia pratici sia teorici**, di un'eccellente abilità meccanica. Nella stima popolare le sue invenzioni oscurarono i suoi risultati matematici, sebbene egli sia considerato, assieme a Newton ed a Gauss, come uno dei tre più grandi matematici di tutti i tempi" (Kline, I, p. 124).
- Educato ad Alessandria, **Archimede di Siracusa** (287-212 a.C.) si occupò di molti settori della scienza.
- È considerato il padre della fisica matematica; studiò **le leve** (in parte seguendo Aristotele) e **l'idrostatica** ("principio di Archimede").

La grande geometria greca: Archimede, Apollonio

- I campi di interesse del Siracusano spaziavano anche nelle **direzioni considerate minori nell'ambito della cultura scientifica ellenica**; un'interessante opera archimedea è ad esempio *Arenario*, in cui troviamo esposta la ricerca del numero di granelli di sabbia necessari per riempire l'universo.
- Secondo Archimede, tali granelli di sabbia sarebbero 10^{63}; ma al di là del risultato, corredato da un'ingegnosa dimostrazione, l'*Arenario* merita di essere ricordato perché con esso venne **rivalutata l'importanza del calcolo pratico**, da secoli dominato dalla teoria dei numeri e relegato ad attività servile.

La grande geometria greca: Archimede, Apollonio

- Pare che **Apollonio di Perga** (262?-190? a.C.), matematico e astronomo, fosse un emulo di Archimede (studiò ad Alessandria sotto la guida degli allievi di Euclide).
- La maggior parte delle opere di Apollonio sono perdute: ci restano parti dei trattati *Sezione di un rapporto* e *Coniche*.



La grande geometria greca: Archimede, Apollonio

- Il grande capolavoro di Apollonio è **il trattato sulle sezioni coniche,** originariamente in otto libri, comprendente 487 proposizioni.
- Come fece Euclide per la geometria e l'aritmetica elementare, egli organizzò la materia, unificando e completando opere e teorie precedenti.

Un esempio di influenza del contesto: quale matematica nella Roma antica?

- È necessario considerare il contesto socio-culturale del periodo in cui certi saggi sono stati scritti!

- Leggiamo il **Sommario** della voce *Matematica* redatta per l'edizione 1934 dell'*Enciclopedia Italiana* (volume XXII, p. 547) da **F. Enriques** (1871-1946, Direttore della sezione Matematica dell'*Enciclopedia* dal 1925 al 1937, allontanato dall'insegnamento universitario nel 1938 in seguito alle leggi razziali).

Un esempio di influenza del contesto: quale matematica nella Roma antica?

- *Storia*. 1. La Matematica come scienza razionale
  2. Matematiche preelleniche
  3. Sviluppo delle Matematiche presso i Greci
  4. Le opere classiche
  5. Sviluppi ulteriori e decadenza nel periodo ellenistico
  6. **Trasmissione attraverso i Romani**
  7. Alto Medioevo
  etc.
- Si parla di **"Trasmissione attraverso i Romani"**: dunque ai Romani va riconosciuto un ruolo attivo e in qualche modo positivo nei confronti della matematica?

Un esempio di influenza del contesto: quale matematica nella Roma antica?

- Scrive però onestamente Enriques, con riferimento ad una fase di decadenza nel periodo ellenistico:
- "Gli ultimi secoli videro una decadenza dell'intelletto matematico e anche un ritorno alla mistica dei numeri, massimamente sviluppata dai neopitagorici e dai neoplatonici (…).
- A queste circostanze verosimilmente si deve che il nome generico *matematici* venga quind'innanzi a designare una classe di cabalisti, indovini o magi, che è fatta **oggetto di dispregio, di terrore e di persecuzioni**" (volume XXII, p. 548).

"Nemo Chrystianorum presbyter non mathematicus" (Volpisco, *Saturnali*)

- "La nuova stirpe dominatrice si mostrò **del tutto priva dell'attitudine** di coltivare le discipline che nessuna palese relazione manifestavano con l'arte della guerra e del governare" (G. Loria, nel capitolo intitolato **"SPQR"**).
- **Lucio G. M. Columella** da Cadice scrisse (62 d.C.) ***De Re Rustica***, con elementi di geometria pratica.

Un esempio di influenza del contesto: "non-matematica" nella Roma antica?

- Formule approssimate per il calcolo di aree:

1. per trovare l'area di un triangolo equilatero di lato l:
   Area = $l^2 \cdot 13/30$
   (con ciò si approssima la radice di 3 con **26/15**)
2. per trovare l'area di un cerchio di diametro d:
   Area = $d^2 \cdot 11/14$
   (con ciò si approssima π con **22/7**)

- In entrambi i casi l'approssimazione è per eccesso:
  caso 1: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000740…
  caso 2: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000402…

Un esempio di influenza del contesto: “non-matematica” nella Roma antica?

- Columella “al pari degli antichi Egiziani **non [sempre] insegna regole generali, ma lascia al lettore** i desumerle dalle applicazioni” (G. Loria).
- Inoltre: si tratta di approssimazioni valide?
- Forse, ma due secoli e mezzo prima di Columella, un greco-siciliano che perse la vita proprio a causa degli invasori romani aveva messo a punto una tecnica per ottenere **approssimazioni per difetto e per eccesso**: la considerazione di poligoni regolari inscritti e circoscritti.
- **Gli interessi di Archimede non erano solo pratici!**

Facciamo il punto: Roma e la Grecia

753 a.C. fond. Roma

- 550 a.C. Talete, Pitagora
- 360 a.C. Eudosso

510 a.C. Repubblica

- 300 a.C. Euclide
- 225 a.C. Apollonio, Eratostene

212 a.C. conq. Siracusa

- 212 a.C. Archimede

146 a.C. conq. Grecia

- 140 a.C. Ipparco

64 a.C. conq. Mesopotamia

30 a.C. conq. Egitto

- 100 Nicomaco, 150 Tolomeo
- 75 Erone, 250 Diofanto

476 caduta impero occ.

- 320 Pappo, 390 Teone

- **S. Boezio (480-524)** **l’unico matematico “romano”**

Il ruolo della “matematica romana”

- É. Montucla (titolo: *Dall’Era Cristiana alla caduta dell’Impero greco*): “Come le Lettere, anche le Scienze hanno i loro periodi di prosperità e di decadenza” (1758, I, p. 284).
- C.B. Boyer (titolo: *Rinascita e declino della Matematica greca*): “Sia durante la Repubblica che nei giorni dell’Impero, i Romani ebbero scarsa inclinazione per l’indagine speculativa o logica” (1980, p. 208, ed. orig. 1968).
- M. Kline (titolo: *La scomparsa del mondo greco*): “La Matematica romana merita a malapena di essere menzionata (...) Non vi fu un solo matematico romano” (1991, I, pp. 208-209, ed. orig. 1972).

Un’analisi più approfondita

- D.J. Struik (titolo: *Il sorgere dell’impero romano e il declino della Matematica greca*): “L’intera struttura economica dell’impero romano rimaneva basata sull’agricoltura. Il diffondersi di un’economia basata sulla schiavitù, in tale società, fu **fatale a tutto il lavoro scientifico originale**.
- Finché l’impero romano mostrò qualche segno di stabilità, la scienza orientale continuò a fiorire sotto forma di una curiosa mistura di elementi ellenistici e orientali. **Benché l’originalità e gli stimoli andassero gradualmente scomparendo**, la *pax romana*, per secoli, consentì la continuazione indisturbata della speculazione” (1981, p. 77, ed. orig. 1948).

Alcune conclusioni: influenza del contesto (storico e storiografico)

- F. Enriques e G. Loria sono stati indotti (dal contesto politico e culturale) a presentare titoli ambigui:
  “Trasmissione attraverso i Romani”
  “S.P.Q.R.” (un intero capitolo dedicato a… nulla!)
- Solo nel testo hanno riconosciuto la realtà storica sviluppatasi in un contesto **intrinsecamente non-matematico**.
- “Graecia capta ferum victorem cepit et artes intulit agresti Latio” (Orazio, *Epistole*, 2, 1, 156-157).
- Per le arti, forse, i Romani furono discepoli dei Greci: ma **non certo per quanto riguarda la matematica!**

A tutti grazie dell’attenzione