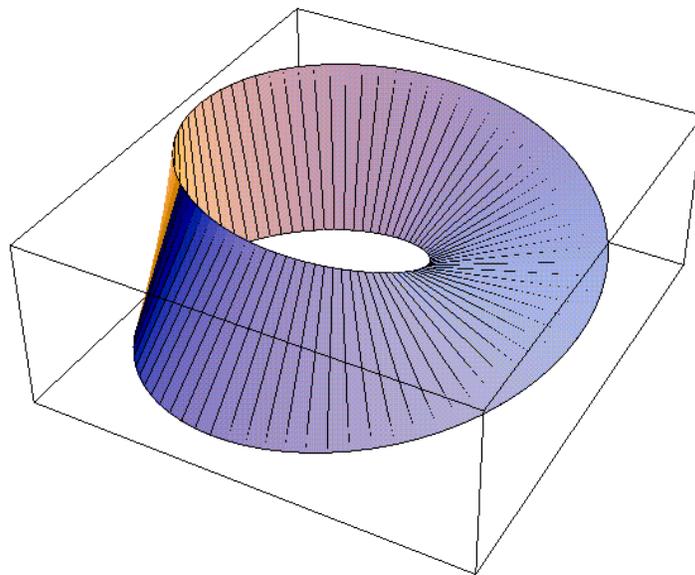


Appunti dalle lezioni del corso di
LOGICA MATEMATICA
per studenti di Informatica

a cura di A. Labella e G.T. Bagni



Roma, 2003

IOANNIS
DE IAN DVNO
IN ARISTOTELIS
LIBROS
DE COELO ET MVNO

QVAE EXTANT, QVAESTIONES SVBTILISSIMAE
A VERROIS QVOQVE.
DE SVBSTANTIA ORBIS SERMO,
eiusdem Ioannis, commentario ac quaestionibus illustratus, in capita diuisus,
& fideliter denuo recognitus, & excusus.

*Indices quoque duo necessarij sunt additi: alter quaestiones, conclusiones, & capitum summas
preponit, alter vero digna totius libri notatu demonstrat.*



VENETIIS,
Apud Hæredem Hieronymi Scoti.
M D LXXXVIII.

Il frontespizio di un'edizione di *De Coelo e De Mundo* di Aristotele con i commenti di Jandun stampata a Venezia nel 1589

Indice

I. Insiemi e funzioni

1. Teoria degli insiemi

- 1.1. Insiemi
- 1.2. Sottoinsiemi e inclusione
- 1.3. Operazioni con gli insiemi: unione, intersezione, differenza
- 1.4. Il prodotto cartesiano di due insiemi

2. Relazioni e proprietà

- 2.1. Sottoinsiemi del prodotto cartesiano
- 2.2. Relazioni tra un insieme e se stesso e loro proprietà
- 2.3. Relazioni di equivalenza e insieme quoziente
- 2.4. Relazioni d'ordine
- 2.5. Relazioni d'ordine totale e d'ordine parziale

3. Funzioni

- 3.1. La definizione di funzione
- 3.2. Funzioni iniettive, suriettive, biiettive

4. Funzioni composte e funzioni inverse

- 4.1. La funzione composta
- 4.2. L'applicazione della definizione di funzione composta
- 4.3. Il dominio della funzione composta
- 4.4. La funzione identità
- 4.5. La relazione inversa

5. Cenni sulle antinomie della teoria degli insiemi

- 5.1. Le antinomie
- 5.2. Gottlob Frege e Bertrand Russell

Esercizi sul Capitolo I

Soluzioni degli esercizi sul Capitolo I

II. Numeri naturali

- 6. *L'insieme dei numeri naturali*
 - 6.1. I numeri naturali: approccio cardinale
 - 6.2. I numeri naturali: approccio ordinale
 - 6.3. La rappresentazione dei numeri naturali
 - 6.4. Proprietà di operazioni aritmetiche e insiemistiche: l'algebra di Boole
- 7. *Dimostrazioni per induzione*
 - 7.1. Proposizioni dipendenti da un naturale
 - 7.2. Dimostrazioni per induzione
- 8. *I numeri primi*
 - 8.1. Divisibilità e numeri primi
 - 8.2. La scomposizione in fattori primi
 - 8.3. Quanti sono i numeri primi?
 - 8.4. Condizioni di primalità
- 9. *Confronto di insiemi infiniti*
 - 9.1. La potenza del numerabile
 - 9.2. La potenza del continuo

Esercizi sul Capitolo II

Soluzioni degli esercizi sul Capitolo II

III. Logica degli enunciati

- 10. *Enunciati, connettivi, valori di verità*
 - 10.1. Verità
 - 10.2. Enunciati
 - 10.3. Connettivi e valori di verità
 - 10.4. Interpretazioni, equivalenze logiche, validità
- 11. *Il metodo dei tableaux proposizionali*
 - 11.1. La confutazione di un enunciato composto
 - 11.2. La costruzione di un tableau proposizionale
 - 11.3. Correttezza e completezza
- 12. *Il sistema di Gentzen*
 - 12.1. Il sistema deduttivo di Gentzen
 - 12.2. Deduzione di Gentzen e tableau
- 13. *Cenni sul sistema di Hilbert*
 - 13.1. Il sistema di Hilbert
 - 13.2. Regole derivate del sistema di Hilbert

Esercizi sul Capitolo III
Soluzioni degli esercizi sul Capitolo III

IV. Logica dei predicati

14. Formule predicative e quantificatori

- 14.1. Dalla segnatura alle formule predicative
- 14.2. I quantificatori
- 14.3. Variabili vincolate e variabili libere
- 14.4. Modelli e validità

15. Il metodo dei tableaux e il calcolo dei predicati

- 15.1. Tableaux e quantificatori
- 15.2. Regole per la costruzione di un tableau predicativo
- 15.3. Esempi di formule valide nel calcolo dei predicati
- 15.4. Correttezza e completezza del metodo dei tableaux

16. I sistemi di Gentzen e di Hilbert, la risoluzione e il calcolo dei predicati

- 16.1. Sistema di Gentzen per il calcolo dei predicati
- 16.2. Correttezza e completezza del sistema di Gentzen
- 16.3. Cenni sul sistema di Hilbert per il calcolo dei predicati
- 16.4. Correttezza e completezza del sistema di Hilbert

Esercizi sul Capitolo IV
Soluzioni degli esercizi sul Capitolo IV

V. Procedimenti di risoluzione

17. Forme normali congiuntive e risoluzione

- 17.1. Forme normali congiuntive
- 17.2. Risoluzione
- 17.3. Correttezza e completezza della risoluzione
- 17.4. Quali prospettive?

Esercizi sul Capitolo V
Soluzioni degli esercizi sul Capitolo V

per la teoria degli insiemi

Appendice B

Teorie aritmetiche e modelli

Appendice C

Complementi sui numeri primi

Riferimenti bibliografici

SANCTUS THOMÆ AQVINATIS
Præclarissima Commentaria
In Libros Aristotelis
Perihermenias & Posteriorum
Analyticorum,

CVM ANTIQVA TEXTVS TRANSLATIONE,
atque etiam noua Ioannis Argyropylis
Ireñ. I Thomæ Caietani Cardinalis
Supplementum Commentariorum in reliquum
secundi libri perihermenias.

*Nuper ex emendatissimis exemplaribus diligentissime recognita.
Logice quoque totius summa nunc addita est, ad studiorum utilitatem
Ex eiusdem Dni Thomæ Opusculis excerpta, et in Tractatus et Capita diuisa,
iuxta ordinem librorum ab Aristotele in Logica obseruatum.*

His præterea Indices duo adiecti sunt.
Vno quidem indicantur singularum lectionum argumenta, & tractatum capita.
que modo addidimus:
Altero vero monstrantur ea omnia, que in Perihermenias, & Posteriorum
Commentarijs facti digna continentur.



VENETIIS,
Apud Hieronymum Scotum.
M D LV

Il frontespizio di un'edizione delle opere di Aristotele con i commenti di San Tommaso d'Aquino stampata a Venezia nel 1550