

Treviso, 5 maggio 2009

Beautiful Minds

Giochi-plays e giochi-games da Yü il Grande a Nash



Giorgio T. Bagni

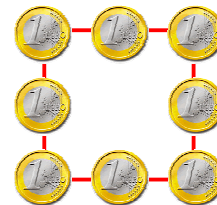
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

bagni@dimi.uniud.it

www.syllogismos.it

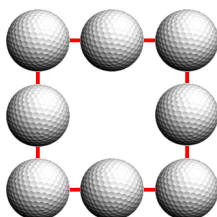
Giochi-plays e giochi-games: giochiamo con alcune monete...

- Disponiamo le monete in modo che ogni lato del quadrato ne comprenda tre.
- Come possiamo fare per formare con le stesse monete un quadrato con **quattro monete per lato?**
- Se consideriamo le monete come dei **"punti-posizione"** (primità) l'esercizio è impossibile.
- Considerandole **concretamente...**



Giochi-plays e giochi-games: giochiamo con alcune monete...

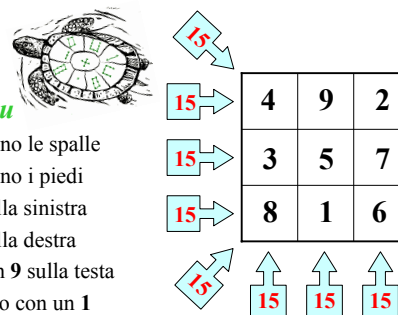
- Quindi il ricorso a otto **monete concrete** (indicalità, secondo Peirce) e non a dei semplici "punti posizione" (iconicità, secondo Peirce) ci ha costretto a rivedere il nostro gioco.
- **Ma se invece delle monete avessimo usato delle palline?**
- Eppure i problemi con le monete e le palline sono "isomorfi"...
- Ma i **segni** sono diversi!



Giochi-plays... partendo dalla Cina, VI sec. a.C.

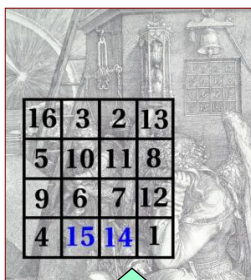
Lo Shu

4 e 2 sono le spalle
8 e 6 sono i piedi
un 3 sulla sinistra
un 7 sulla destra
porta un 9 sulla testa
è calzato con un 1
mentre un 5 sta nel mezzo



Giochi-plays... partendo dalla Cina, VI sec. a.C.

- Il più antico **quadrato magico** è il cinese *Lo Shu*, l'unico quadrato magico classico di ordine 3 (a parte i simmetrici etc.)
- L'interesse per questi "giochi" si diffuse in Occidente con *Malinconia* di A. Dürer (1514).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605-1675) trovò 880 quadrati magici di ordine 4.



un "quadrato magico"

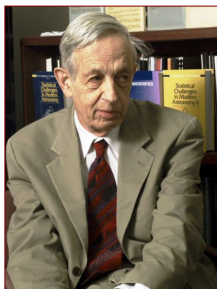
Giochi-plays... partendo dalla Cina, VI sec. a.C.

- Ma prima di Frenicle e di Dürer troviamo quadrati magici in Europa...
- Per la matematica del XXI secolo, i **quadrati magici** sono oggetto di studi **profondi** che coinvolgono aspetti teorici, possibilità applicative e l'uso delle moderne tecnologie.

32	6	22	13	51	67	58	78	42
28	14	70	20	17	66	56	44	54
48	80	9	77	43	75	1	2	34
47	64	37	57	63	21	27	18	35
33	11	23	3	41	79	59	71	49
53	8	55	61	19	25	45	74	29
52	72	81	7	39	5	73	10	30
36	38	12	62	65	16	26	68	46
40	76	60	69	31	15	24	4	50

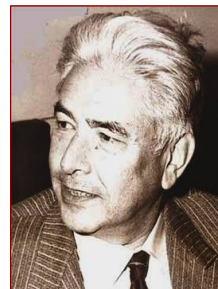
Giochi-games Beautiful minds

- Ma i giochi matematici sono soltanto “plays”?
- Per gli studi sui giochi matematici a **John Nash** (1928) è stato conferito nel 1994 il **Premio Nobel** per l'economia.
- La storia di Nash, la sua genialità abbinata alla schizofrenia, ha interessato e commosso milioni di persone...
- ...ma Nash non è certo l'unico matematico che, dopo Pacioli, si è impegnato nella **Game Theory**.



Giochi-games Beautiful minds

- János (John von) **Neumann** (1903–1957) fu una figura chiave della Game Theory.
- E non si deve dimenticare il grande **Ennio De Giorgi** (1928–1996), uno dei più importanti matematici del XX secolo: uno dei risultati per i quali è noto Nash riguarda la regolarità hölderiana delle soluzioni delle equazioni ellittiche del secondo ordine e **oggi viene chiamato Teorema di De Giorgi–Nash** (De Giorgi lo provò nel 1957).



Giochi-games Beautiful minds

- La Teoria dei Giochi si occupa di situazioni in cui **più agenti sono chiamati a prendere alcune decisioni**.
- Un gioco si dice **non cooperativo** quando l'adozione di strategie riguarda i singoli giocatori sulla base di ragionamenti individuali (se n'è occupato Nash).
- Un gioco si dice a **somma nulla** se la somma delle vincite è zero (ad esempio quando una squadra vince e l'altra perde).
- Una strategia è detta **minimax** quando **minimizza la massima perdita possibile**.
- Una strategia è detta **maximin** quando **massimizza la minima vincita possibile**.

Giochi-games Beautiful minds

Il Dilemma del Prigioniero
(Albert W. Tucker)

- Ciascuno dei due giocatori, i prigionieri A e B, ha due possibili scelte: **confessare o non confessare**.
- Se **uno solo dei due confessa**, viene perdonato e l'altro viene condannato a 8 anni di carcere.
- Se **entrambi confessano**, i prigionieri vengono entrambi condannati a 6 anni di carcere.
- Se **nessuno dei due confessa**, vengono condannati entrambi a 2 anni di carcere.
- È un gioco a somma non nulla e i giocatori scelgono la propria strategia simultaneamente, senza conoscere l'azione scelta dall'altro (“**non si parlano**”).

Giochi-games Beautiful minds

Questa soluzione minimizza gli anni “complessivi” di prigione!

- L'esito (in anni di prigione) è così sintetizzato:

Prigioniero B	confessa	non confessa
Prigioniero A		
confessa	A=6, B=6	A=0, B=8
non confessa	A=8, B=0	A=2, B=2

- Riassumendo, ciascuno:
 - se *confessa* rischia da 0 a 6 anni di carcere
 - se *non confessa* rischia da 2 a 8 anni di carcere

minimax

Giochi-games Beautiful minds

Guai: i prigionieri ... “non si parlano”!

- La conclusione, paradossale, porta a...

Prigioniero B	confessa	non confessa
Prigioniero A		
confessa	A=6, B=6	A=0, B=8
non confessa	A=8, B=0	A=2, B=2

...un esito **non soddisfacente** per nessun giocatore (**6 anni a testa**), visto che **con due “non confessioni” l'esito sarebbe stato di soli 2 anni a testa!**

Matematica, giochi e strategie

- Diamo infine un'occhiata a questo "gioco", dove gli esiti quantificano i problemi di spesa e di sicurezza:

Superpotenza B Superpotenza A	<i>si dota di armi nucleari</i>	<i>non si dota di armi nucleari</i>
<i>si dota di armi nucleari</i>	A=6, B=6	A=0, B=8
<i>non si dota di armi nucleari</i>	A=8, B=0	A=2, B=2

- Dunque, ragionando in termini "freddi", le due Superpotenze in gioco continueranno ad armarsi...
- **Ma questo, purtroppo, non è un gioco.**

**Grazie a tutti
dell'attenzione**

Grazie a
Furio Honsell,
(ex) Magnifico Rettore
dell'Università di Udine

