

Scuola Media Tavagnacco, febbraio 2009  
Progetto Lauree Scientifiche

## Leonardo e la matematica

Giorgio T. Bagni e Bruno D'Amore

Giorgio T. Bagni  
Dipartimento di Matematica e Informatica,  
Università di Udine  
[bagni@dimi.uniud.it](mailto:bagni@dimi.uniud.it)

### Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

#### ■ Introduzione: un uomo e il suo tempo

- La matematica ai tempi di Leonardo
- Libri di matematica ai tempi di Leonardo
- I matematici ai tempi di Leonardo
- Leonardo e la matematica
- L'incontro con Luca Pacioli
- Riflessioni conclusive

### Leonardo (Vinci 1452-Cloux 1519): artista e scienziato leggendario

- **Giorgio Vasari:** *Ciascuna sua azione è tanto divina, che lasciandosi dietro tutti quanti gli altri uomini, manifestamente si fa conoscere per cosa largita da Dio* (Vasari, 1964).
- **Sigmund Freud:** *Leonardo, un uomo che si svegliò troppo presto nelle tenebre mentre gli altri uomini dormivano ancora* (tra i contemporanei ... addormentati: Filippo Brunelleschi, Piero della Francesca, Leon Battista Alberti etc.) (Freud, 1974).
- **Gustavo Uzielli:** *Un giorno tre soli nomi emergeranno nella memoria degli uomini: Aristotele, Cristo e Leonardo da Vinci* (Uzielli, 1884).

### Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

#### ■ Introduzione: un uomo e il suo tempo

#### ■ La matematica ai tempi di Leonardo

- Libri di matematica ai tempi di Leonardo
- I matematici ai tempi di Leonardo
- Leonardo e la matematica
- L'incontro con Luca Pacioli
- Riflessioni conclusive

### Algebristi del Rinascimento

- Celebre è la contesa tra **Nicolò Fontana detto Tartaglia** (1500-1557) e **Gerolamo Cardano** sulla risoluzione delle equazioni di terzo grado.



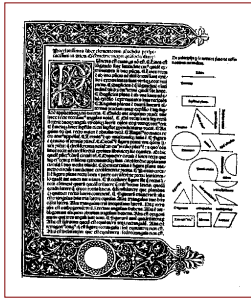
### La matematica ai tempi di Leonardo Algebra e simboli

- Con l'algebra sincopata, in Luca Pacioli (1445-1514), quantità e operazioni erano abbreviate: "Trouame 1.nº. che gionto al suo qdratº faccia .12" rappresentava l'equazione:  $x+x^2 = 12$ .
- In Girolamo Cardano (1501-1576): "Qdratu aeqtur 4 rebus p: 32":  $x^2 = 4x+32$
- Con l'opera di Francois Viète (1540-1603) l'algebra sarà "finalmente" simbolica (con l'uso dei parametri).



## La matematica ai tempi di Leonardo Geometria sintetica

- La diffusione degli *Elementi*, dopo l'introduzione della stampa, fu immediata:
- «sino dal 1482 ebbero l'onore della stampa gli *Elementi* di Euclide, i quali ricevettero tante riproduzioni da poter essere in grado di gareggiare con la *Divina Commedia*» (Loria, 1929).



## La matematica ai tempi di Leonardo Geometria sintetica

- Ci si riferisce alla versione latina di Campano (originariamente risalente al XIII secolo), data alle stampe a Venezia quattro anni dopo la pubblicazione del primo libro di matematica stampato al mondo, *Larte de labbacho* (un manuale anonimo di aritmetica, stampato a Treviso 1478).

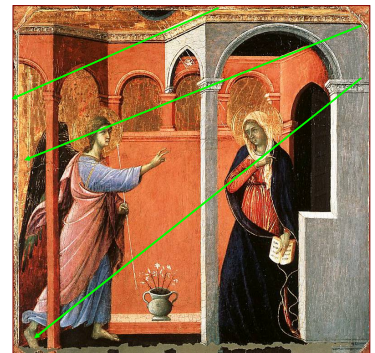
## La matematica ai tempi di Leonardo Geometria sintetica

- Ma la geometria (in particolare euclidea) non è solo gli *Elementi*.
- Ad esempio, un'altra importante opera euclidea, l'*Ottica*, è da considerare di primaria importanza per i suoi collegamenti con la prospettiva.

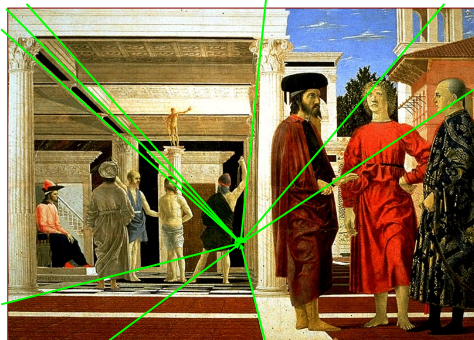


## La matematica ai tempi di Leonardo Prospettiva

- Anche prima del Rinascimento si cerca di rappresentare lo spazio in **tre** dimensioni.
- Ma alcune regole base della prospettiva **non** sono considerate.



## “Il miglior geometra dei tempi suoi”: Piero della Francesca (1416-1492)



## La matematica ai tempi di Leonardo Prospettiva

- “I pittori del Rinascimento si rivolsero alla matematica non solo perché avevano il problema di dipingere in modo realistico, ma anche perché erano consapevoli che **la matematica fosse l'essenza del mondo fisico**” (M. Emmer).
- La diffusione della prospettiva nell'Europa centro-settentrionale fu favorita da **Albrecht Dürer** (1471-1528) che fu a lungo in contatto con gli ambienti veneziano e bolognese.
- Nel 1525 Dürer pubblicò *Institutionum geometricarum Libri quatuor*.

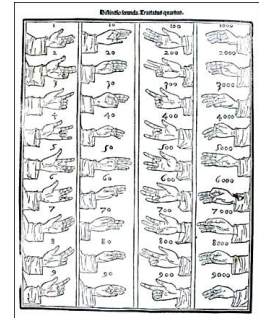
## La matematica ai tempi di Leonardo Prospettiva

- A differenza di Piero, Leonardo nel *Trattato della Pittura* sottolinea la tridimensionalità mediante accorgimenti squisitamente **pittorici** (sfumature etc.).



## La matematica ai tempi di Leonardo Aritmetica

- L'aritmetica ai tempi di Leonardo era praticata a livelli piuttosto elementari.
- Ad esempio, in questa tavola tratta dalla *Summa* di Pacioli sono illustrate alcune regole per la rappresentazione di numeri mediante le dita.



## Una moltiplicazione effettuata... "sommando": il metodo del raddoppio

- Eseguiamo  $13 \times 18$  (utilizzando la notazione numerica moderna):

1	18	←
2	36	←
4	72	←
8	144	←

(basta così:  $8 \times 2 = 16 > 13$ )

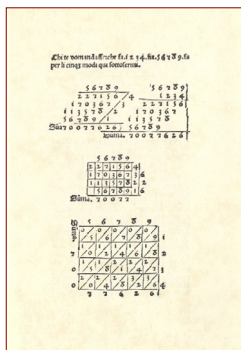
- $(8+4+1) \cdot 13 = 234$  ( $144+72+18$ )
- Con questa tecnica, risalente agli Egizi, si moltiplicava... **utilizzando sempre l'addizione.**

## La matematica ai tempi di Leonardo Aritmetica

- Come tecnica pratica, la **moltiplicazione per graticola** ("gelosia") si trova in India, presso gli Arabi e in Cina.
- Eseguiamo la moltiplicazione:  $124 \times 35 = 4340$

	1	2	4	
3	3	6	1	2
5	5	1	0	2
4	4	0	2	0
	3	4	0	4340

## Un libro al termine del Medioevo



## Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

- Introduzione: un uomo e il suo tempo
- La matematica ai tempi di Leonardo
- **Libri di matematica ai tempi di Leonardo**
- I matematici ai tempi di Leonardo
- Leonardo e la matematica
- L'incontro con Luca Pacioli
- Riflessioni conclusive

## Libri di matematica ai tempi di Leonardo

- Abbiamo citato spesso *L'arte de l'abbacho*, il primo libro di matematica pubblicato a stampa.
- Bisogna ricordare che la stampa (a caratteri mobili) è inventata da Johann Gutenberg (1400?–1468) nel 1450 circa.
- Ma molti dei libri che vennero stampati dopo il 1450 circolavano già da tempo, scritti a mano e ricopiati più volte.



## Libri di matematica ai tempi di Leonardo

- Ma poteva leggere questi libri, Leonardo?
- Le opere più importanti sono in latino ed in greco e Leonardo fu **“omo senza lettere”**, autodidatta. Intere pagine di vari codici (es. Trivulziano, f. 59) sono elenchi di latinismi che egli imparava a memoria.
- L'ipotesi romantica secondo la quale Leonardo era lettore competente di Euclide, Archimede, Aristotele, ha origine dall'opera di Giorgio Vasari (1511–1574).
- Che Leonardo disponesse di «perizia e speditezza nel calcolo delle frazioni e delle radici» è ipotesi infondata: dimostrò sempre difficoltà nel maneggiare frazioni, radici, proporzioni, potenze.

## Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

- Introduzione: un uomo e il suo tempo
- La matematica ai tempi di Leonardo
- Libri di matematica ai tempi di Leonardo
- **I matematici ai tempi di Leonardo**
- Leonardo e la matematica
- L'incontro con Luca Pacioli
- Riflessioni conclusive

## I matematici ai tempi di Leonardo Chi era il “matematico”?

- Che cosa intendeva Leonardo per “matematico” è facilmente desumibile da suoi appunti e dalle idee che circolavano all'epoca.
- “Matematico” era colui che, invece di accettare dogmi e dottrine precostituite, cercava la verità delle cose attraverso il ragionamento deduttivo o prove empiriche.
- Dunque, matematico era una persona che in altre epoche si sarebbe chiamata “scettica” ovvero “razionale”.

## I matematici ai tempi di Leonardo Chi era il “matematico”?

- In molte occasioni, Leonardo dichiara di aver incontrato e scambiato idee con dei “matematici”; ma, alla verifica, si vede che poteva trattarsi di scienziati di altre discipline, o di medici...
- In un suo famoso scritto, condannando chi crede nella negromanzia, dichiara: **«Oh matematici, fate lume a tale grossolano errore!»**
- Questa sua naturale inclinazione a condannare le convinzioni dei ciarlatani ed a verificare con prove scientifiche le verità, lo portò tutta la vita ad interessarsi dei fenomeni, delle dottrine e delle discipline più diverse.

## I matematici ai tempi di Leonardo Qualche nome...

- Johannes Müller Regiomontanus (1436–1476)





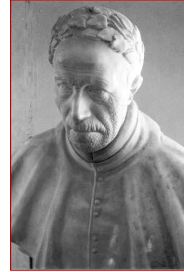
## I matematici ai tempi di Leonardo Qualche nome...

- Johannes Stöffler (Giovanni Stoflero) (1452–1531)



## I matematici ai tempi di Leonardo Qualche nome...

- Francesco Maurolico (1494–1575)



## I matematici ai tempi di Leonardo Qualche nome...

- Federigo Commandino (1509–1575)



## Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

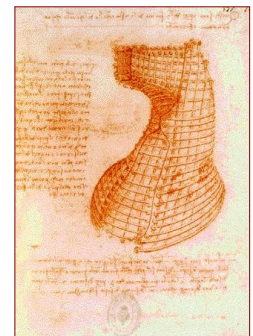
- Introduzione: un uomo e il suo tempo
- La matematica ai tempi di Leonardo
- Libri di matematica ai tempi di Leonardo
- I matematici ai tempi di Leonardo
- **Leonardo e la matematica**
- L'incontro con Luca Pacioli
- Riflessioni conclusive

## I codici di Leonardo dieci raccolte

Gli scritti più importanti di Leonardo sono suddivisi in dieci raccolte:

- codice Atlantico (Milano, Bibl. Ambrosiana), 1478–1518;
- codice Arundel (Londra, British Library), 1478–1518;
- codice Windsor (Windsor, Royal Collection), 1478–1518;
- codice Trivulziano (Milano, Bibl. Trivulziana), 1487–1490;
- codice Ashburnham (Parigi, Istituto di Francia), 1489–1492;
- codici di Madrid (Madrid, Biblioteca Nazionale), 1490–1505;
- codici dell'Istituto di Francia (Parigi, Ist. di Fr.), 1492–1516;
- codici Forster (Londra, Victoria–Albert Museum), 1493–1505;
- codice Leicester (codice Hammer, propr. Gates), 1504–1506;
- codice sul volo degli uccelli (Torino, Biblioteca Reale), 1505.

## I codici di Leonardo dieci raccolte



## Le pittura protagonista Dall'anatomia...

- La pittura ebbe forte influenza nella vita di Leonardo.
- I suoi studi di anatomia hanno come fine la rappresentazione artistica ("anatomia artistica"), la rappresentazione del bello estetico.



## Le pittura protagonista ...alla prospettiva

- Gli studi prospettici di Leonardo sono sempre più vicini a scelte rappresentative artistiche.
- Egli distingue e fa riferimento a tre tipi di prospettiva:
  - una lineare o matematica,
  - una "dei perdimenti" che valuta l'incidenza del mezzo atmosferico sulla nostra visione,
  - una "di spedizione" (cioè cromatica) che valuta come le diverse sfumature di colore variano con la prospettiva.

## Leonardo e la matematica prima dell'incontro con Luca Pacioli

- Distinguiamo l'attività matematica di Leonardo in "prima dell'incontro con Luca Pacioli" e poi.
- Ad esempio, **inizialmente Leonardo non sembra trovarsi a proprio agio con le frazioni...**
- Ecco solo alcuni dei suoi goffi tentativi di operare con esse:
  - Codice Atlantico, foglio 191 v.: "Sarà 12/12 cioè 1/0"
  - Codice Atlantico, foglio 665 r.:  $2/2 \times 2/2 = 4/2$  etc.

## Sommario. Umanesimo e scienza Leonardo e la matematica

- **Introduzione: un uomo e il suo tempo**
- **La matematica ai tempi di Leonardo**
- **Libri di matematica ai tempi di Leonardo**
- **I matematici ai tempi di Leonardo**
- **Leonardo e la matematica**
- **L'incontro con Luca Pacioli**
- **Riflessioni conclusive**

## Leonardo e la matematica L'incontro con Luca Pacioli

- Da Luca, Leonardo impara che cosa vuol dire "dimostrazione" ed assume la denominazione di "avversaria" per l'enunciato da refutare (fino al XVIII secolo, Gerolamo Saccheri chiamava "inimica" l'ipotesi dell'angolo acuto che voleva dimostrare inaccettabile per liberare Euclide da ogni neo ed eliminare ogni geometria non o anti-euclidea).
- La geometria del Nostro si fa più colta, i problemi proposti sono quasi sempre tratti dall'opera di Pacioli, spesso a sua volta tratti da Euclide.
- Leonardo si innamora della **sezione aurea** che Luca chiama "**divina proporzione**".

## Leonardo e la matematica Problemi di quadratura

- Una delle passioni geometriche più longeve di Leonardo, alla quale dedicò energie e molti fogli di vari codici è la **quadratura di figure curvilinee**.
- Con il termine quadratura, in generale, si intende la costruzione di un quadrato avente la stessa area di una figura assegnata (e, più in generale, il calcolo delle aree utilizzando la quadratura così intesa).
- Il problema si risolve con semplici considerazioni geometriche ad esempio in caso di figure poligonali; ma quando la figura in questione è curvilinea le difficoltà sono molto maggiori.

## Leonardo e la matematica Problemi di quadratura

- Codice Atlantico.  
Il problema posto è:
  - iscrivere un quadrato in una circonferenza; disporre i settori circolari che derivano in modi diversi, mantenendo costante il rapporto tra superficie del quadrato (bianca) e dei segmenti circolari.



## Leonardo e la matematica Problemi di quadratura

- Questo tipo di disegni, lo porta allo studio delle lunule che era stato tipico della geometria greca e dominato dalla figura di Ippocrate.
- Ebbene, quasi esclusivamente con strumenti pittorici, ma anche con la matematica appresa grazie a Luca, Leonardo finalmente arriva a progetti matematici di una certa rilevanza, trasformando poligoni in parti di cerchio.
- Queste sue attività sulle lunule e sulle superfici curvilinee lasciano ogni tanto correre la fantasia pittorica del Nostro che si abbandona a veri e propri “ludi geometrici”, com’egli stesso dichiara.

## Sommario. Matematici e Matematica Leonardo e la matematica

- Introduzione: un uomo e il suo tempo
- La matematica ai tempi di Leonardo
- Libri di matematica ai tempi di Leonardo
- I matematici ai tempi di Leonardo
- Leonardo e la matematica
- L’incontro con Luca Pacioli
- **Riflessioni conclusive**

## Umanesimo e Scienza Un accostamento formidabile

- «Scienza e umanesimo: un tema antico e anche un po’ consunto», osserva, non senza ragione, Jerome Bruner.
- «Quando si evocava questo vecchio tema, lo si faceva o per mettere in luce la ricchezza e il calore perenni delle discipline umanistiche (in contrasto con la freddezza della scienza) o per esaltare la distaccata razionalità della scienza (in contrasto con l’evanescenza e la partigianeria delle discipline umanistiche)» (Bruner, 2005, p. 56).

## Un genio universale visto a cinque secoli di distanza

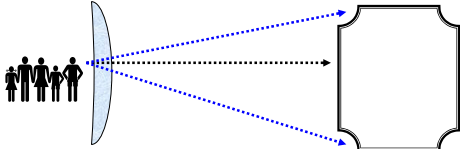
- Leonardo da Vinci è un genio universale.
- Senza dubbio la sua ricchissima personalità non può essere descritta in termini unitari: il suo approccio alla matematica, ad esempio, rivela la presenza di **momenti di difficoltà alternati ad intuizioni assolutamente pregevoli**.
- Il suo carattere incostante ha alimentato una vera e propria leggenda, non certo infondata.
- Esaminando tutto ciò dal punto di vista moderno, sulla base dei nostri attuali parametri di valutazione, potremmo avanzare dubbi di coerenza ed essere perfino tentati di ridimensionare l’importanza del genio di Vinci nella storia della cultura.

## Un genio universale visto a cinque secoli di distanza

- Ma sarebbe errato trasferire semplicemente gli attuali riferimenti culturali (ad esempio le nostre concezioni sulla questione del “rigore” in matematica) nella considerazione di un periodo storico.
- Quando guardiamo il passato abbiamo davanti a noi una “lente non del tutto trasparente” (Confrey, Smith, 1994, p. 173), determinata dalle concezioni moderne.
- Questo rende opportuna l’adozione consapevole di un **“nostro punto di vista”**.

### “Punto di vista”, lente: l’importante è mettere a fuoco... ma che cosa?

- Attraverso la nostra lente noi possiamo cercare di comprendere (di interpretare, di valutare) direttamente il personaggio storico.



- Dobbiamo però anche comprendere l’ambiente socio-culturale nel quale si inquadra il personaggio storico.

### Un genio universale visto a cinque secoli di distanza

- La personalità di Leonardo può essere importante per **inquadrare ruolo ed attività dello scienziato-artista rinascimentale**: i suoi molteplici interessi, il suo approccio a volte incostante, ma sempre curioso e straordinariamente creativo fanno dunque parte dell’uomo del Rinascimento.

- Secondo alcuni critici severi, Leonardo fu un uomo che

«non comprese appieno il vero metodo scientifico [...] e che] non possedeva una metodologia né una filosofia di fondo» (Kline, 1991, I, p. 262).

### Un genio universale visto a cinque secoli di distanza

- Ma non possiamo dimenticare che, a proposito dell’approccio alle cose della scienza, Leonardo morì quarantacinque anni prima della nascita di Galileo.
- E che, molto più in generale, seppe sfidare la cultura e l’arte del suo tempo con un acume ed una freschezza che, a distanza di mezzo millennio, non cessano di conquistare.
- In questa ricerca libera ed appassionata è, forse, **il grande messaggio “umanistico”, la vera firma del mancino di Vinci.**

*A tutti Voi grazie dell’attenzione*