

Un matematico trevigiano del Settecento: Vincenzo Riccati (1707-1775)

GIORGIO T. BAGNI

Dipartimento di Matematica, Università di Roma “La Sapienza”
Ateneo di Treviso

Una famiglia di “matematici e poligrafi” trevigiani

Giustamente Adriano Augusto Michieli (1875-1959), storico e geografo che a lungo approfondì l’opera dei Riccati, nel presentare un ciclo di memorie dedicate agli studiosi trevigiani, parlò dei “quattro Riccati” e li definì “matematici e poligrafi” ⁽¹⁾. I “quattro Riccati” sono Jacopo (1676-1754) ed i suoi figli Vincenzo (1707-1775), Giordano (1709-1790) e Francesco (1718-1791); particolarmente appropriato è il termine “poligrafi” usato da Michieli: i Riccati furono studiosi straordinariamente versatili e scrissero note e libri importanti sugli argomenti più disparati: dalla matematica all’architettura, dalla fisica alla filosofia, dall’idrologia alla letteratura, dall’economia alla storia, dalla teoria musicale alla teologia ⁽²⁾.

Vincenzo Riccati fu il quarto figlio di Jacopo e di Elisabetta Onigo e nacque a Castelfranco Veneto l’11 gennaio 1707; a dieci anni iniziò gli studi presso il Collegio di San Francesco Saverio di Bologna, retto dai religiosi della Compagnia di Gesù sotto la guida del matematico Luigi Marchenti; il 20 settembre del 1726 Vincenzo entrò nel Noviziato di Piacenza della Compagnia come aspirante. Nel 1729 venne assegnato al Collegio di Padova, dove si dedicò allo studio ed all’insegnamento; nel 1734 si recò ad insegnare lettere italiane e latine presso il Collegio di Santa Caterina di Parma e nel 1735 iniziò lo studio della Teologia, prima nell’Educandato di San Rocco a Parma, poi (1736-1739) nell’Istituto di Sant’Ignazio a Roma. A partire dal 1739 insegnò matematica nel Collegio bolognese di Santa Lucia, succedendo al proprio maestro Marchenti; il 2 febbraio 1741 prese i voti. Nel lungo e fecondo periodo bolognese, Vincenzo Riccati formò allievi del calibro di V. Cavina, J. Mariscotti, G.F. Malfatti, G.A. Pedevilla, L. e P. Caldani, P. Giannini ⁽³⁾.

Vincenzo Riccati rimase a Bologna fino al 1773, quando, a causa della soppressione della Compagnia di Gesù, ritornò a Treviso, ospite dei fratelli Montino e Giordano nel palazzo di borgo Cavour (allo sbocco della strada oggi denominata via Riccati); nello stesso anno egli rifiutò le cattedre di matematica presso le Università di Bologna e di Pisa ⁽⁴⁾. Dopo meno di due anni, il 17 gennaio 1775, Vincenzo Riccati morì a Treviso, dove venne sepolto, accanto al proprio padre Jacopo, nella tomba di famiglia nella Cattedrale (ubicata in corrispondenza dell'attuale entrata laterale del Duomo di Treviso, verso il Calmaggiore).

Da un primo raffronto tra le opere di Vincenzo Riccati e quelle del padre suo Jacopo, emerge una qualche differenza tra i caratteri scientifici dei due studiosi: a fronte dell'indole poliedrica, tipicamente enciclopedica di Jacopo (indole che ritroveremo anche in Giordano e, forse in misura lievemente minore, in Francesco), che si interessò instancabilmente di ogni settore dello scibile umano, gli interessi di Vincenzo appaiono meno diversificati, e si concentrarono prevalentemente sulle scienze matematiche e fisiche.

Vincenzo Riccati e le equazioni differenziali

Il principale ambito di ricerca di Vincenzo Riccati fu l'analisi matematica; spesso egli si occupò della trattazione analitica di problemi meccanici, condotta attraverso l'impostazione e la risoluzione di equazioni differenziali.

Tra le più interessanti ed originali opere matematiche di Vincenzo Riccati, degno di menzione è il breve ma vivace trattato *De usu motus tractorii in constructione Aequationum Differentialium Commentarius*, pubblicato a Bologna, presso la Tipografia di Lelio della Volpe nel 1752 (72 pagine con 16 figure). Nella prefazione a tale lavoro sono ricordati alcuni studi dei Bernoulli, di Jacob Hermann, di Gabriele Manfredi e di Jacopo Riccati sull'integrazione di equazioni differenziali con il procedimento di separazione delle variabili; è poi esaminata la possibilità di ottenere quadrature anche evitando il ricorso a tale diffuso metodo ⁽⁵⁾ e sono proposti alcuni interessanti esempi applicativi. Il procedimento analitico descritto nel *Commentarius* è basato su di un modello fisico; grazie ad un'esplicita annotazione dello stesso Riccati, apprendiamo che esso riprende una ricerca di Alexis Claude Clairaut (1713-1765) pubblicata "in monumentis Ac. Reg. Paris." nel 1742 ⁽⁶⁾.

Non è difficile rilevare che nel *Commentarius* riccatiano non si trovano risultati del tutto inediti o ricerche teoriche radicalmente innovative. Esso deve tuttavia essere considerato originale nel contenuto e sempre corretto nell'esposizione: l'importanza di quanto proposto da Vincenzo Riccati va ricercata proprio in rapporto alla ricerca di situazioni applicative e di procedimenti di integrazione delle equazioni differenziali, nell'ambito della

cultura analitica, già tecnicamente fondata e consolidata, del Settecento matematico.

Così lo storico della matematica Morris Kline descrive lo stato della ricerca sull'integrazione delle equazioni differenziali nel XVIII secolo:

“Il tentativo di risolvere problemi fisici che all'inizio comportavano soltanto delle quadrature condusse gradualmente alla consapevolezza che era stato creato un nuovo ramo della matematica, la teoria delle equazioni differenziali ordinarie [...] L'interesse per i metodi generali di soluzione scemò, perché vennero trovati metodi parziali che si adattavano però a quei tipi di equazioni richieste nelle applicazioni... Nel complesso, questo campo di ricerche ha continuato ad essere costituito da una serie di tecniche separate per i vari tipi di equazioni differenziali”⁽⁷⁾.

Le parole di Kline sembrano riferirsi direttamente all'opera riccatiana: con il lavoro *De usu motus tractorii in constructione Aequationum Differentialium Commentarius*, infatti, Vincenzo Riccati non si impegnò nel tentativo di ottenere metodi generali di integrazione: egli rivolse invece la propria lucida attenzione ad alcuni tipi particolari di equazioni differenziali e ne propose l'esame attraverso un procedimento semplice ma non usuale, ovvero attraverso la considerazione di un modello fisico. In tale contesto, Vincenzo Riccati si mostrò ricercatore profondo e creativo, nonché attento ed aggiornato conoscitore dei principali risultati del calcolo e delle tecniche analitiche messe a punto dai matematici del proprio tempo: alla ricerca, ricorda lo stesso Riccati, partecipò anche Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), autrice del manuale *Istituzioni Analitiche ad uso della Gioventù Italiana*, “foemina doctissima et in analyticis rebus versatissima”⁽⁸⁾.

Dal punto di vista storico, dunque, l'opera analitica di Vincenzo Riccati si inserì organicamente nel vasto e multiforme processo di formazione del pensiero analitico contemporaneo; ma le equazioni e le costruzioni riccatiane non devono essere considerate esclusivamente come esempi particolari: l'importanza delle ricerche analitiche di Vincenzo Riccati nella storia della matematica va invece ricercata nell'originalità e nell'eleganza dei procedimenti proposti e nella consapevolezza chiaramente palesata a proposito del ruolo assunto dalla strategia risolutiva e dalle ampie possibilità applicative nella moderna trattazione delle equazioni differenziali.

Vincenzo Riccati didatta dell'analisi matematica

Un brillante discepolo di Riccati fu il matematico lucchese Girolamo Saladini (1731-1813): la collaborazione tra il maestro e l'allievo fu assai feconda⁽⁹⁾:

Riccati e Saladini scrissero le *Institutiones Analyticae* in due volumi pubblicati a Bologna nel 1765-1767 presso la Stamperia di San Tommaso d'Aquino (Saladini curò la traduzione italiana, edita nel 1776 nella stessa tipografia, *Istituzioni Analitiche del Co. Vincenzo Riccati, compendiate da Girolamo Saladini, Canonico della Metropolitana*)⁽¹⁰⁾.

Nelle *Institutiones Analyticae* è contenuta una completa ed organica presentazione dell'analisi matematica, risalente ad un periodo caratterizzato dalla capillare diffusione delle tecniche del calcolo differenziale e dalla loro applicazione a molti campi delle scienze esatte⁽¹¹⁾.

Dal punto di vista storico, è opportuno ricordare che la precisazione di alcuni concetti di analisi matematica avvenne progressivamente nell'arco di tempo che va dal XVII secolo al XIX secolo: all'epoca della stesura delle *Institutiones Analyticae*, dunque, non tutti i concetti analitici erano definitivamente fissati, per l'aspetto formale⁽¹²⁾. L'interpretazione di alcuni concetti del calcolo differenziale ed integrale che troviamo nell'opera di Riccati e Saladini è tuttavia ancor oggi degna di nota; gli Autori, ad esempio, affermano che “differenziare è dividere la quantità nei suoi elementi, e integrare è sommare questi elementi e danno esempi di integrazioni dirette”⁽¹³⁾.

Storicamente, la definizione ora citata è interessante: dopo che Isaac Newton (1642-1727)⁽¹⁴⁾ e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)⁽¹⁵⁾ introdussero la derivazione e l'integrazione, specificando essere esse l'una l'inversa dell'altra, altri Autori fissarono la propria attenzione sui rapporti formali di derivazione ed integrazione: tra questi ricordiamo Giovanni Bernoulli (1667-1748)⁽¹⁶⁾ e, più tardi, Leonhard Euler (1707-1783)⁽¹⁷⁾. Riccati e Saladini, avvertirono l'esigenza di sottolineare l'essenziale legame concettuale tra le operazioni di derivazione e di integrazione (che viene espresso analiticamente dalla proposizione oggi denominata Teorema di Torricelli o di Torricelli-Barrow): e realizzarono tale collegamento attraverso una semplice giustificazione pratica, evidenziando i legami che operativamente vengono ad instaurarsi tra i due fondamentali procedimenti analitici.

Ma l'importanza del manuale riccatiano non si può certamente restringere alle questioni teoriche. In esso troviamo una sintesi di molti procedimenti pratici del calcolo integrale ed alcune chiare ed interessanti annotazioni didattiche, tra le quali meritano particolare menzione quelle dedicate ai numeri complessi ed alle operazioni con essi. Presentiamo ad esempio un passo tratto dal capitolo III del libro I:

‘E già non havvi mistero alcuno che due immaginarj moltiplicati insieme diano un reale, perché nascendo l'immaginarietà coll'estrarre la radice seconda da -1 , per cagion d'esempio, è necessario che alzando a podestà seconda

questo radicale immaginario si restituisca la quantità reale -1 , il che ben inteso svanisce ogni paradosso [...] Per dividere la radice seconda di $-bc$ per la radice seconda di $-c$ pure si faccia la radice seconda di -1 per la radice seconda di bc diviso per la radice seconda di -1 e per la radice seconda di c : il quoto sarà 1 per la radice seconda di b [...] né deve far meraviglia che un immaginario diviso un immaginario dia un reale, perché il rapporto di continanza tra due immaginari può essere reale”.

Le *Institutiones Analyticae* proposero quindi l'esposizione didatticamente chiara di molti concetti e procedimenti analitici, di buon interesse anche per il matematico dei giorni nostri. Al suo valore teorico si affianca inoltre il ruolo di primo piano che il trattato venne ad assumere nella diffusione dell'analisi e nella progressiva precisazione di una sua moderna didattica (18).

La fisica di Vincenzo Riccati

Vincenzo Riccati, analista e fisico-matematico di grande valore, si occupò anche di fisica pura. Il riccatiano *Dialogo, dove ne' congressi di più giornate delle forze vive e dell'azioni delle forze morte si tien discorso* (pubblicato a Bologna nel 1749) è opera certamente interessante, sia dal punto di vista fisico, sia da quello letterario. In essa, Vincenzo Riccati si occupò dettagliatamente della celebre “questione delle forze vive” (19), la vasta ed importante controversia scientifica che vide schierati gli studiosi leibniziani opposti a quelli di scuola cartesiana: è facile comprendere come, nel vivace ambiente culturale settecentesco, sia impossibile per un matematico e fisico famoso come Vincenzo Riccati esimersi dal prendere posizione sulla dibattuta questione.

Nel proprio *Dialogo* lo studioso trevigiano si mostra fermo ma obiettivo e pacato assertore delle tesi leibniziane. Nell'opera Vincenzo Riccati riporta un'immaginaria, dotta discussione tra Cesare, Lelio e Nestore, tre interlocutori ai quali, in undici Giornate, spetta di esporre e confrontare le tesi più accreditate nell'ambiente scientifico del tempo in tema di “forze vive” (in particolare, Cesare rappresenta lo studioso di scuola cartesiana, Lelio quello d'ispirazione leibniziana, ovvero il portatore delle idee dello stesso Riccati, e Nestore il colto “non addetto ai lavori”, un personaggio che si dichiara a tratti vicino alle idee espresse da Cesare, a tratti, e poi definitivamente, vicino a quelle esposte da Lelio).

L'esame dettagliato del contenuto del *Dialogo* riccatiano esula dagli scopi del presente lavoro. Ci limiteremo a ricordare come Vincenzo Riccati conclude la propria opera, riportando le nobili parole attribuite a Lelio:

‘Il mondo letterario, che giudica, non solamente ha sgombro l’animo d’ogni parzialità, ma suole con rigida censura le novelle scoperte leggere, e esaminare. Qualunque esito però sien per avere i miei lunghi studi, protestomi, che non ho avuto altro in cuore, se non di ritrovare la verità: la qual cosa s’avrò ottenuta, son certo, che saranno alle persone scienziate le mie fatiche gradite. Che se mi fossi dilungato dal vero, amerei, che la fallacia fosse scoperta, ed i miei pensieri sepolti in una profonda dimenticanza’”(p. 419).

Concludiamo questa sintetica presentazione del *Dialogo* ricordando l’opera, pubblicata pochi anni dopo di esso, dal titolo *Della forza de’ Corpi, che chiamano viva*, del fisico, letterato e filosofo bolognese Francesco Maria Zanotti (1692-1777). In essa, l’Autore contrasta le tesi espresse da Vincenzo Riccati sulla questione delle forze vive, in nome di un’impostazione rigorosamente cartesiana: innumerevoli sono i riferimenti al *Dialogo* del fisico e matematico trevigiano, corredati da frequenti citazioni testuali. Dobbiamo tuttavia rilevare che l’argomentare dello studioso bolognese risente talvolta di un’impostazione culturale piuttosto lontana da quella propria della fisica modernamente intesa⁽²⁰⁾.

Note e riferimenti bibliografici

⁽¹⁾ **A.A. Michieli**, *Una famiglia di matematici e poligrafi trevigiani: i Riccati. I. Jacopo Riccati*, in: “Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti”, CII, II, Ferrari, Venezia 1943; *II. Vincenzo Riccati*, ibid., CIII, II, Ferrari, Venezia 1944; *III. Giordano Riccati*, ibid., CIV, II, Ferrari, Venezia 1946; *IV. Francesco Riccati*, ibid., CIV, II, Ferrari, Venezia 1946. Scrive, a proposito dei quattro Riccati, Giovanni Battista Alvise Semenzi, Segretario Relatore per le Scienze dell’Ateneo di Treviso, nell’opera *Treviso e la sua provincia*, Longo, Treviso 1862, p. 307: ‘Preclar i ingegni qui trasser la culla. Nella famiglia Riccati, parve retaggio l’ingegno, l’amore alle scienze, alle lettere, alle arti. Jacopo, nato il 1676, studiò presso i Gesuiti in Brescia, fu laureato in legge; e dandosi alle scienze positive, sviluppò alcuni principi di Leibniz e di Newton, sparse gran luce sopra alcune equazioni differenziali e logaritmiche; ridusse a generalità di principi l’uso delle proporzioni armoniche musicali nell’architettura, e della media armonica proporzionale per le altezze degli edifici. Compose un grandioso trattato d’architettura civile. Per non togliersi agli amati studj ricusò i posti di consigliere aulico in Vienna, di preside degli studj a Pietroburgo, di professore nell’università di Padova. Ebbe tre figli, Vincenzo, Giordano e Francesco celebri negli studj matematici e fisici. Vincenzo scrisse di fisica, matematica e meccanica, specialmente intorno alle forze vive; e fu invitato ad eseguire e dirigere lavori idraulici sul Reno, sul Po, sull’Adige, sul Brenta, nei quali mirabilmente riuscendo, ebbero dalla repubblica la medaglia d’oro. Giordano, architetto, matematico, fisico, scrisse una grande opera sul contrappunto, fissando leggi dedotte

dai fenomeni e confermate dal raziocinio; trattò del modo di perfezionare la musica, della musica enarmonica e del canto fermo; Francesco scrisse intorno all'architettura civile, alla costruzione dei teatri e confutò il 'Filosofo militare' attribuito a Federico II. Si diede altresì alla letteratura, alla poesia, alla metafisica ed alla politica. Con esso si estinse nel 1791 una sì chiara famiglia". La famiglia Riccati, quindi, si estingue con Francesco, o, più precisamente, con il di lui figlio, Jacopo (o Giacomo) (1747-1808). Ma di questo ultimo erede di una delle famiglie più importanti e feconde della storia della cultura settecentesca non ci restano che poche notizie biografiche.

(²) Si veda, ad esempio, la raccolta dei lavori di Jacopo Riccati nella grande edizione lucchese: **J. Riccati**, *Opere*, tomi I, II, III, Jacopo Giusti, Lucca 1761, 1762, 1763; tomo IV, Giuseppe Rocchi, Lucca 1765. A tale pubblicazione contribuirono largamente i figli Vincenzo e Giordano.

(³) Così scrive di Vincenzo Riccati il matematico Bernardino Zendrini: "Dolce, piacevole, modesto e la cui grande penetrazione nelle cose matematiche faceva tenero contrasto colla sua innocenza nelle mondane; come la pietà, il fervor d'orazione e l'inespugnabile sua fede sono bello, ma non unico esempio da opporsi a' calunniatori dei matematici" (**B. Zendrini**, voce "Vincenzo Riccati", in *Galleria dei letterati ed artisti illustri delle Provincie veneziane nel secolo decimottavo*, Alvisopoli, Venezia 1824. Si veda anche: **A. Fabroni**, *Vitae Italorum doctrina excellentium qui saeculis XVII et XVIII floruerunt*, Pisa 1778-1791).

(⁴) La seguente citazione del fisico Girolamo Barbarigo conferma il ruolo di Vincenzo Riccati nell'ambiente accademico del XVIII secolo e ricorda l'opera del trevigiano, impegnato nella ricerca a fianco delle massime personalità della cultura settecentesca: "Nell'anno 1758, l'Accademia Reale di Berlino propose, come far suole, il Problema in cui ricercava, 'Se le leggi della Statica e della Meccanica (che sono le leggi del Moto) siano necessarie o contingenti', cioè se le leggi, delle quali parla il Problema, siano dalla natura della materia determinate, e volute, oppure se Iddio abbia a suo arbitrio alla materia stessa quelle leggi che più gli piacque di moto prescritte. Se questo si affermi la contingenza delle leggi del moto si riconosce, se quello la loro necessità si sostiene. Questa viene difesa dall'Eulero e dall'Ab. Vincenzo Riccati principalmente; quella è abbracciata da Daniel Bernoulli e da que' tutti che del sistema Leibniziano son persuasi" (**G. Barbarigo**, Professore di Fisica ed Accademico di Padova, *Principi di fisica generale*, Al Ponte di San Lorenzo, nella Stamperia Conzatti, Padova 1780, p. 91). Il nome di Vincenzo Riccati è quindi affiancato a quelli di Eulero, Leibniz, D. Bernoulli in una delle vaste e prestigiose "controversie" che anima no la fisica del Settecento; e le tesi dello studioso trevigiano trovano un posto di netto rilievo nella storia universale della fisica.

(⁵) Vincenzo Riccati citò esplicitamente una tecnica proposta da Leonhard Euler (1707-1783): "Primus, ac solus Eulerus, quantum quidem mihi constat, in tomo sexto Ac. Petrop. aequationis peculiaris maxime simplicis constructionem invenit per rectificationem ellipsis, in qua aequatione non solum indeterminatae non separantur, sed ne separari quidem posse, constructio docet" (p. 4).

(⁶) Scrive Vincenzo Brunacci, riferendosi alle ricerche di Clairaut e di Riccati: "Anche Clairaut [...] e Vincenzio Riccati [...] adoprando, per integrare un'equazione

differenziale, l'artificio di differenziarla, per ottenerne una equazione di un ordine superiore, ma scomponibile in due fattori [ottennero] due integrali differenti, uno dei quali era l'integrale completo, l'altro una relazione tra le variabili priva di costante arbitraria" (in: **V. Brunacci**, *Corso di Matematica sublime*, Allegrini, Firenze 1804, v. IV, p. 43).

(7) **M. Kline**, *Storia del pensiero matematico. I. Dall'Antichità al Settecento*, Einaudi, Torino 1991, pp. 583-585. Si veda anche: **G.T. Bagni**, *I procedimenti di Jacopo e di Vincenzo Riccati nella storia delle equazioni differenziali*, in: "Rivista di Matematica dell'Università degli Studi di Parma", in via di pubblicazione (1996); **G.T. Bagni**, *La Matematica nella Marca. Jacopo Riccati*, Edizioni Teorema, Treviso 1990; **G.T. Bagni**, *La matematica nella Marca: Vincenzo, Giordano e Francesco Riccati*, Edizioni Teorema, Treviso 1993; **G.T. Bagni**, *Jacopo Riccati (1676-1754) e la storia delle equazioni differenziali*, in *Διδακτικ και Ιστορια των Μαθηματικων*, a cura di A. Gagatsis, Erasmus ICP-94-G-2011/11, pp. 207-218 e pp. 617-628, Thessaloniki 1995.

(8) In **V. Riccati**, *De usu motus tractorii in constructione aequationum differentialium Commentarius*, Lelio della Volpe, Bologna 1752, p. 7. L'opera citata è **M.G. Agnesi**, *Istituzioni Analitiche ad uso della Gioventù Italiana*, 2 vv., Nella Regia Ducal Corte, Milano 1748, uno dei primi manuali di analisi della storia della matematica, in cui è incluso il "Metodo de' Polinomi" di Jacopo Riccati.

(9) La collaborazione tra V. Riccati e G. Saladini non si limitò alla stesura delle *Institutiones Analyticae* ed al loro compendio e traduzione in italiano; si veda, ad esempio, la riccatiana *Lettera al p. D. Girolamo Saladini nella quale trattasi della combinazione del moto rotatorio col progressivo*, in: "Raccolta di Opuscoli", Firenze 1771 e 1774, e la *Lettera al P. Girolamo Saladini*, Anno 1768, Manoscritto 4137, 6, nella Biblioteca universitaria di Bologna; alcune altre lettere di Saladini a Vincenzo Riccati sono in "Frammenti del Commercio Epistolare del Co. Vincenzo Riccati", nella Biblioteca Avogadro in Castelfranco Veneto.

(10) Così scrive Angelo Fabroni: "Totius operis methodum Riccatus disposuit; conscribenda vero capita amice divisa sunt. Quae magis subobscura, magisque erant difficilia Riccatus magno studio clara perceptaque reddidit facilia [...] Caetera vero Saladinus collegit, explicavit, ac multum de suo addidit" (in: *Vitae Itatorum doctrina excellentium qui saeculis XVII et XVIII floruerunt*, t. XVI, Pisa 1778-1799, p. 364).

(11) Le *Institutiones* raggiunsero in pochi mesi una vasta notorietà e furono ricordate in molte riviste scientifiche, tra le quali "Nov. Lett. di Firenze"; t. XXVI, 691, "Journal des savants". 1/1766, p. 60, "Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia" I, p. 30, II, p. 29, III, p. 78. Gioacchino Pessuti pubblicò alcuni articoli critici sulle *Institutiones Analyticae* nei numeri citati del "Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia"; V. Riccati rispose con una lettera in "Nuova Raccolta di Opuscoli Scientifici e Filologici", Venezia 1776. Pessuti replicò con le *Riflessioni analitiche*, Livorno 1777, corredate da una lettera di Riccati del 29 agosto 1773.

(12) Il moderno aspetto dell'analisi matematica è prossimo a quello proposto da Augustin Louis Cauchy (1789-1857) in *Cours d'analyse de l'Ecole Polytechnique* del 1821, in *Résumé des leçons sur le calcul infinitésimal* del 1823 ed in *Leçons sur le calcul différentiel* del 1829; le tre opere fondamentali citate sono collocate

cronologicamente oltre mezzo secolo dopo la pubblicazione del manuale di V. Riccati e di G. Saladini.

(¹³) Così scrive Giulio Vivanti, nel proprio *Elementi di analisi infinitesimale*, inserito in: L. Berzolari-A. Vivanti-D. Gigli (a cura di), “Enciclopedia delle Matematiche elementari e complementi”, v. I, p. II, Hoepli, Milano 1929 (rist. anast.: Hoepli, Milano 1979), pp. 478-479.

(¹⁴) In: **I. Newton**, *Opuscula*, 1, Lausannae et Genevae 1744, p. 3. Ma per l'avvincente storia del rapporto analitico tra la derivazione e l'integrazione si veda anche l'importante lavoro: **H.G. Zheuten**, *Geschichte der Mathematik im XVI und XVII Jahrhundert*, Leipzig 1903, p. 385.

(¹⁵) Si vedano le memorie di G.W. Leibniz, in: “Acta Eruditorum”, 1686, p. 292 e 1693, p. 385.

(¹⁶) Si veda il trattato: **J. Bernoulli**, *Lectiones mathematicae* (1691-1692), in: “Opera”, 3, Lausannae et Genevae 1742, p. 387.

(¹⁷) In: **L. Euler**, *Institutiones Calculi integralis*, 1, p. 4, Petropoli, 1768-1794.

(¹⁸) In uno dei più diffusi manuali scolastici di Algebra e Geometria del XIX secolo, V. Riccati e G. Saladini sono citati tra i principali autori delle “opere elementari” della matematica dell’età moderna: “Le opere elementari di Eulero, di Bezout, di Bossut, di Clairaut, di Riccati, di Saladini, di Paoli, di Ruffini e di altri molti sono state consultate e talvolta messe a contribuzione” (in: **V. Brunacci**, *Elementi di Algebra e Geometria ricavati dai migliori scrittori di matematica*, Dall’Imperiale Regia Stamperia, Milano 1820; i dati si riferiscono alla quarta edizione).

(¹⁹) Così Giovanni Fantuzzi presenta la controversia sulla “forze vive” (con riferimento all’opera fisica di F.M. Zanotti, che si oppose ad alcune tesi riccatiane): “Era a quel tempo in sommo grido presso i Filosofi la questione: Se la forza, che ha un corpo movendosi, e che chiamasi Viva, misurar debbasi dalla velocità, che egli ha, come piacque a Des Cartes, o dal quadrato di essa, come volle il Leibnitzio. Essendo divisi tra queste due opinioni i Matematici più famosi d’Europa, il celebre P. Riccati gesuita trattò tutta la questione ampiamente in un grosso volume, composto di moltissimi dialoghi in volgar lingua; e sostenendo l’opinion del Leibnitzio, espressamente si oppose a non so qual proposizione, che avea detta il Zanotti in alcun luogo de’ Commentarj dell’Istituto [Zanotti] scrisse dunque sopra la forza viva tre Dialoghi, benché così legati tra loro, che possono facilmente pigliarsi per uno solo; e trattando la questione non come i più fanno, ma riducendola a principj più certi, e metafisici, sostenne l’opinion di Des Cartes” (**G. Fantuzzi**, *Notizie della vita e degli scritti di Francesco Maria Zanotti*, Stamperia di San Tommaso d’Aquino, Bologna 1778).

(²⁰) Mai questa “controversia” tra Riccati e Zanotti sfociò nella sterile polemica: Francesco Maria Zanotti stesso non manca, infatti, di sottolineare più volte la profonda stima per Vincenzo Riccati. Riportiamo uno dei passi in cui tale stima è pubblicamente espressa: “E certo il Padre Riccati non è venuto a quel suo argomento senza aver prima voluto e conoscere et esaminar sottilmente tutti quelli, che erano usciti per l’addietro; e lo ha fatto in verità con tanta acutezza d’ingegno, e profondità di scienza, che ciò solo bastar poteva ad acquistargli grandissima fama tra i

matematici [...] Se troverete alcuno, che si opponga al Padre Riccati, non per questo dovete credere che egli non lo stimi grandissimamente” (**F.M. Zanotti**, *Della forza de' corpi che chiamano viva*, Eredi di Constantino Pifarri e Giacomo Filippo Primodì, Impressori del S. Officio, Bologna 1752, pp. 246-247). Sull'opera di Zanotti si veda anche **A. Monti**, *Orazione detta nella Chiesa del SS. Salvatore all'occasione de' solenni funerali del chiarissimo uomo Francesco Maria Zanotti*, Stamperia di San Tommaso d'Aquino, Bologna 1779. Sarebbe oneroso (e, peraltro, storicamente inutile) ripercorrere tutti gli episodi della “controversia” tra Riccati e Zanotti. Ricordiamo appena che Vincenzo Riccati impostò una replica all'opera di Zanotti che rimase manoscritta: *Lettere del P. Vincenzo Riccati che servono di risposta al Libro del Signor Francesco Maria Zanotti della Forza dei Corpi, che chiaman viva*, conservata nella biblioteca della Famiglia Avogadro.