

Il trevigiano Giordano Riccati (1709-1790) e la Matematica del Settecento

GIORGIO T. BAGNI

Dipartimento di Matematica, Università di Roma “La Sapienza”
Ateneo di Treviso

Tra i “quattro Riccati”, “matematici e poligrafi”, nelle parole di Adriano Augusto Michieli, il profondo storico e geografo che a lungo studiò l’opera di questi protagonisti della vita scientifica, artistica e letteraria trevigiana del XVIII secolo, Giordano (1709-1790) fu uno studioso particolarmente versatile ed originale ⁽¹⁾.

Giordano Riccati fu il quinto figlio di Jacopo (1676-1754) e di Elisabetta Onigo; i suoi interessi culturali, vastissimi, furono simili a quelli del padre assai più di quanto non si possa dire a proposito di quelli dei fratelli, Vincenzo (1707-1775), che si concentrò prevalentemente su questioni fisico-matematiche, e Francesco (1718-1791). In particolare, Giordano Riccati si occupò di matematica e di fisica, di teoria musicale e di architettura e curò numerose ed apprezzate pubblicazioni; mantenne una fitta corrispondenza con molti protagonisti del mondo della cultura del Settecento e si dedicò con passione e competenza alla sistemazione delle opere del padre ⁽²⁾ e del fratello Vincenzo.

Come testimonia il biografo Domenico Maria Federici, la formazione scientifica di Giordano Riccati fu personalmente seguita dal padre:

“Egli [Giordano] apprese aveva le sublimi scienze dell’Aritmetica, Geometria, Algebra ed Analisi dal genitore, e quanto in tutte queste fosse versato lo dimostrano le Opere date alla luce, e tante altre inedite al numero di sessanta, molte delle quali sono lavoro de’ suoi verdi anni” ⁽³⁾.

Con il matematico bresciano Ramiro Rampinelli (1697-1759), Giordano Riccati proseguì gli studi presso l’Università di Padova. Nello stesso periodo, confermando una notevole varietà di interessi, seguì le lezioni di idraulica di

Poleni, di letteratura e di filosofia e teologia di Lazzarini e Serry e di disegno di Natale Melchiorri.

Nella produzione matematica di Giordano Riccati spiccano alcune ricerche, come quelle sulla questione dei logaritmi dei numeri negativi, sugli isoperimetri e sulle equazioni algebriche ⁽⁴⁾; inizieremo tuttavia la presentazione dell'opera dello studioso trevigiano esaminando i suoi importanti studi fisico-matematici sulle fibre elastiche.

Giordano Riccati e le fibre elastiche

Giordano Riccati non fu un matematico puro: la sua concezione della matematica appare spesso collegata ad altri campi del sapere ⁽⁵⁾, chiaramente orientata alle applicazioni. Una simile impostazione culturale è per molti versi caratteristica dell'intero Settecento; così scrive Morris Kline, nell'illustrare la progressiva matematizzazione delle scienze in generale, e della fisica in particolare, propria del XVII e XVIII secolo:

“[Nel Seicento e nel Settecento] il programma iniziato da Galileo e proseguito consciamente da Newton, consistente nell'esprimere i principi fisici fondamentali sotto la forma di enunciati matematici quantitativi e nel dedurre nuovi risultati fisici con ragionamenti matematici, aveva fatto smisurati passi in avanti” ⁽⁶⁾.

Per quanto riguarda la ricerca nel campo della fisica matematica, uno dei settori che vide Giordano Riccati impegnato in una ricerca continua ed innovativa è la meccanica delle vibrazioni, cioè lo studio delle “corde ovvero fibre elastiche”, questione delicata e profonda, trattata da alcuni dei maggiori matematici del Settecento. A questo tema sono dedicate l'importante opera *Delle corde ovvero fibre elastiche. Schediasmi fisico-matematici*, pubblicata a Bologna nel 1767 (ma quasi certamente elaborata nel precedente quarto di secolo), e la dissertazione *Della vibrazione delle corde*, prodromo della “Nuova Enciclopedia Italiana”, pubblicata a Siena nel 1779 ⁽⁷⁾.

Il trattato *Delle corde ovvero fibre elastiche* è costituito da otto “Schediasmi”; rileviamo che grande importanza, a partire dalla metà del secolo, fu assegnata agli studi riccatiani sulla vibrazione delle corde elastiche: molti scienziati citarono largamente gli scritti dello studioso trevigiano. Ricordiamo ad esempio Girolamo Barbarigo, il quale in *Principi di fisica generale*, nel 1780, così introduce le proprie riflessioni nel capitolo intitolato “Della resistenza delle corde”:

‘Le macchine non solo si allontanano dalla precisione della teoria, che intorno ad esse i Meccanici tutti dimostrano, pello sfregamento scambievolmente delle loro parti, m’ancora non poche di esse ciò fanno pelle corde le quali per porle in moto s’adopano. Per misurare con qualche precisione la di lui forza sembrami necessario distinguere nelle corde, lo che non suol farsi comunemente, col dottissimo Sig. Co. Giordano Riccati ne’ suoi Schediasmi delle corde ovvero fibre elastiche stampati in Bologna l’anno 1767 due rigidità. ‘L’una, dic’egli, pag. 1, che chiamo nat urale, consiste in una ripugnanza che ha la corda di lasciarsi allungare, anche prima che le venga applicata veruna forza tendente. L’altra che chiamo l’artificiale s’eguaglia all’accrescimento di ripugnanza di essere ulteriormente distesa, che dalla forza o peso tendente della corda proviene. Le due rigidità si possono parimente nominare intrinseca, ed estrinseca, dipendendo quella da cagione interna, e dall’intralciamento delle sue fibre, e questa da cagione esterna, cioè a dire dalla forza stirante’’ (8).

Per meglio apprezzare l’importanza storica dei citati studi riccatiani, può essere molto interessante la ricostruzione della successione cronologica delle opere scritte e pubblicate sulle ‘corde ovvero fibre elastiche’ nel Settecento (osservando che esse sono, oggi, annoverate tra i capolavori dell’intera storia della fisica-matematica). Ricordiamo che lo stesso Giordano Riccati, nella dedica del proprio *Saggio sopra le leggi del contrappunto*, scriveva:

‘Sino dall’anno 1742 [...] avendo intrapreso il la voro, mi crebbe talmente la materia fra le mani, che ne provenne l’Opera mentovata, la quale dovrebbe essere ormai ridotta al termine, se dagli studj Fisico-matematici, e principalmente dall’Acustica, e dall’ordinare per la stampa l’Opere del Co: Iacopo mio Padre non fosse stata lungamente, e frequentemente interrotta’’ (9).

Questa annotazione può essere assai significativa per la corretta collocazione cronologica degli studi riccatiani: gli ‘studj Fisico-matematici, e principalmente l’Acustica’ sarebbero tra i responsabili di un rallentamento dell’attività di ricerca teorica musicale nel ventennio 1742-1762. Pertanto una prima, sommaria datazione del periodo di elaborazione degli studi riccatiani sulle ‘corde ovvero fibre elastiche’ ci è indirettamente forn ita dallo stesso Riccati.

Anche secondo Adriano Augusto Michieli (10), Giordano Riccati scrisse i propri ‘Schediasmi’ su questo argomento tra il 1740 ed il 1760, sebbene egli li pubblicò soltanto nel 1767, a Bologna. Al momento di questa pubblicazione, tuttavia, il sessantenne Eulero ed il cinquantenne d’Alembert avevano già (tempestivamente) pubblicato le proprie opere sulla questione.

Notiamo che, per la maggior parte degli studiosi (11), il vero sistematore della ‘teoria delle corde vibranti’ fu d’Alembert (che riprese, in parte, anche

alcuni precedenti tentativi di Brook Taylor e di Jean Bernoulli). Sempre per quanto riguarda gli studi pubblicati prima degli "Schediasmi" riccatiani, Gino Loria ricorda che Eulero si occupò dell'argomento in questione soltanto dopo avere esaminato la memoria di d'Alembert pubblicata a Berlino ⁽¹²⁾: l'attenzione del grande matematico svizzero era particolarmente concentrata sulle equazioni differenziali alle derivate parziali del secondo ordine nelle quali il problema risultava sintetizzato. Pertanto, gli studi euleriani (che risalgono agli anni 1748-1753) si collocherebbero approssimativamente intorno alla metà del periodo (1740-1760) in cui Giordano Riccati si dedicò all'elaborazione ed alla stesura dei propri "Schediasmi".

Possiamo dunque concludere che, inequivocabilmente, gli autori delle principali pubblicazioni di questa prima fase delle ricerche fisico-matematiche sulle "corde vibranti" furono, nell'ordine: d'Alembert (Berlino 1747), Eulero (Berlino 1748 e Pietroburgo 1753) ed infine Giordano Riccati (Bologna 1767); ma per quanto riguarda l'effettiva priorità delle ricerche e dell'elaborazione teorica risulterebbe della massima importanza un attento riesame critico degli studi riccatiani degli anni 1740-1760.

Concludiamo osservando che simili questioni di priorità caratterizzavano frequentemente lo sviluppo della scienza e della cultura nel Settecento; ad esse si affiancavano le (ben più importanti e feconde) "controversie letterarie", che videro impegnato anche Giordano Riccati, con alcuni dei massimi studiosi del periodo (tra le quali ricordiamo la celebre controversia sulla natura dei logaritmi dei numeri negativi che sarà definitivamente risolta da Leonhard Euler) ⁽¹³⁾. Ma la misura, lo stile, l'estrema e scrupolosa correttezza furono immancabili caratteristiche dell'argomentare dello studioso trevigiano; gli stessi suoi avversari riconobbero spesso la sua eleganza, la serena obiettività, la pacatezza dei toni.

Citiamo in proposito un'esplicita annotazione di Paolo Fri si:

"Adesso che la licenza e l'indecenza critica è portata assai più oltre che ai tempi di Galileo, i matematici hanno preso il partito di non rispondere a nessuno di quelli che nelle critiche loro non si prefiggono unicamente l'esame e la ricerca della verità [...] Nella 'Cosmografia' io ho fatto una breve replica a' signori Murdok e Short, e al sig. Conte Giordano Riccati intorno all'intelligenza di due proposizioni del Newton, e ad un altro passo del terzo tomo degli Atti di Torino intorno una piccola equazione del moto dei nodi della luna. La nobiltà, che que' celebri autori avevano messo nelle loro ricerche, esigeva da me quest'atto particolare di stima. Nessuno di quelli che hanno contraddetto in altre maniere ad altre mie asserzioni, non ha mai da me avuto risposta" ⁽¹⁴⁾.

Matematica e teoria musicale

Parallelamente agli studi fisico-matematici di acustica, Giordano Riccati sviluppò un interesse specifico ed approfondito per la teoria musicale ⁽¹⁵⁾.

Ecco la definizione che lo studioso propone per la musica:

“La Musica è una mistura d’armonia, e di melodia: dichiarandomi che per armonia intendo più suoni, che unitamente si sentano; e per melodia più suoni, l’uno de’ quali all’altro succeda. Questa spiegazione suggerisce una definizione ancora più chiara della Musica, la quale altro non è se non una successione di armonici accompagnamenti, che o s’odono effettivamente, o almeno si sottintendono” ⁽¹⁶⁾.

La teoria musicale riccatiana è basata essenzialmente sul metodo sperimentale: l’armonia, nella visione di Giordano Riccati, è certamente regolata da leggi oggettive precise, rilevabili anche empiricamente attraverso lo studio scientifico degli effetti prodotti sull’uomo da determinati accordi; essa non può dunque essere analizzata che con metodo rigorosamente scientifico, al fine di codificare definitivamente la stessa musica (ovvero l’arte di comporre melodie corrette) attraverso la fisica del suono ⁽¹⁷⁾.

Particolarmente interessante deve essere inoltre considerato il rapporto tra Riccati e Giuseppe Tartini (1692-1770): ricordiamo che Giordano Riccati conobbe personalmente e (nonostante alcune palesi divergenze di impostazione culturale) sinceramente apprezzò il grande violinista piranese: il vivacissimo epistolario Riccati-Tartini è un’autentica miniera di spunti di riflessione sul ruolo assunto (o, talvolta, ipotizzato, temuto o rivendicato) dalla matematica nella teoria musicale nel XVIII secolo ⁽¹⁸⁾.

Giordano Riccati svolse anche una feconda ed importante attività in qualità di docente di musica; tra i suoi molti allievi ricordiamo Andrea Luca Luchesi (1741-1801), il grande musicista mottense che sarà, a sua volta, maestro di Mozart e di Beethoven ⁽¹⁹⁾. Riportiamo ancora la preziosa testimonianza di Domenico Maria Federici, che ricorda due altri illustri allievi del trevigiano:

“Fino da primi movimenti e prime cognizioni [Giordano Riccati] istruì Giambattista Bortolani, e lo condusse ad un perfetto termine nel suono del Gravicembalo, in cui divenne esperto e delicato maestro, e nel magisterio del contrappunto... Maestro di ottimo gusto e di esecuzione si è il Signor Ignazio Spergher pur Trivigiano, professore di Cembalo, e maestro di contrappunto. Questi istruito dal Riccati nelle leggi della Musica, divenne uno de’ più eccellenti di queste contrade” ⁽²⁰⁾.

Giordano Riccati architetto

Giordano Riccati fu inoltre un valente architetto ed un teorico dell'architettura (lo studio dell'applicazione della media proporzionale armonica è considerato la principale realizzazione teorica dell'architettura riccatiana) ⁽²¹⁾.

Non pochi, e sovente assai interessanti sono gli edifici progettati e costruiti da Giordano Riccati: a Treviso, ad esempio, ammiriamo la facciata della chiesa di San Teonisto, la chiesa di Sant'Andrea, l'imponente, arioso interno della Cattedrale, lo scalone di Palazzo Spineda (la Biblioteca Capitolare è purtroppo stata distrutta nel tragico bombardamento del 7 aprile 1944); anche le chiese di Santa Maria della Pieve a Castelfranco Veneto, di Caerano e di Venegazzù sono opere dello studioso trevigiano.

La rilevante importanza dell'architettura nell'ambito dell'opera riccatiana, tuttavia, non è riducibile esclusivamente alle specifiche innovazioni teoriche o alle pur interessanti realizzazioni pratiche. La concezione che Giordano Riccati ebbe dell'architettura è infatti confrontabile con quella che lo stesso studioso manifesta nei confronti della musica: la matematica, e più in generale l'approccio razionale, non possono essere esclusi dall'impegno culturale umano, in ogni disciplina, in ogni fase dell'elaborazione di un'opera. Anzi, la ragione umana, coltivata ed educata attraverso lo studio e la pratica delle scienze esatte, viene ad essere la traccia, la guida sicura, il pieno sostegno nella corretta concezione e realizzazione dell'opera d'arte.

Da questo punto di vista, lo studio delle leggi del contrappunto o l'uso della media armonica nel tentativo di immaginare e quindi di progettare una costruzione dalle proporzioni ideali sono vive espressioni della medesima volontà di raggiungere e di codificare il controllo, da parte della ragione, dell'emozione che da sempre giunge all'uomo attraverso il messaggio artistico.

Note e riferimenti bibliografici

⁽¹⁾ Lavori fondamentali sulla vita e sull'opera dei "quattro Riccati" sono le note: **A.A. Michieli**, *Una famiglia di matematici e poligrafi trevigiani: i Riccati. I. Jacopo Riccati*, in: "Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", CII, II, Ferrari, Venezia 1943; *II. Vincenzo Riccati*, *ibid.*, CIII, II, Ferrari, Venezia 1944; *III. Giordano Riccati*, *ibid.*, CIV, II, Ferrari, Venezia 1946; *IV. Francesco Riccati*, *ibid.*, CIV, II, Ferrari, Venezia 1946. Altre note sull'opera di Jacopo Riccati e dei suoi figli sono: **L. Grugnetti**, *Sulla vecchia ed attuale equazione di Riccati*, in: "Rendiconti del Seminario della Facoltà di Scienze dell'Università di Cagliari", LV, 1, pp. 7 -24, 1985; **L. Grugnetti**, *L'equazione di Riccati: un carteggio inedito tra Jacopo Riccati e Nicola II Bernoulli*, in: "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", VI, 2, pp.

45-82, 1986; **G.T. Bagni**, *Jacopo Riccati matematico*, in: “La matematica e la sua didattica”, anno II, n. 3, pp. 45-50, Armando, Roma 1988; **G.T. Bagni**, *La Matematica nella Marca. Jacopo Riccati*, Edizioni Teorema, Treviso 1990; **M. Kline**, *Storia del pensiero matematico. I. Dall’Antichità al Settecento*, Einaudi, Torino 1991, pp. 583-585; **G.T. Bagni**, *Un analista del Settecento: Jacopo Riccati*, in: B. D’Amore -F. Speranza (a cura di), “Lo sviluppo storico della matematica”, vol. II, pp. 21-30, Armando, Roma 1992; **G.T. Bagni**, *La matematica nella Marca: Vincenzo, Giordano e Francesco Riccati*, Edizioni Teorema, Treviso 1993; **G.T. Bagni**, *Una “controversia” della matematica del Settecento: i logaritmi dei numeri negativi*, in: “Periodico di Matematiche”, Serie VII, Vol. 2, n. 2/3, aprile-settembre 1994, pp. 95-106, Roma 1994; **G.T. Bagni**, *Jacopo Riccati (1676-1754) e la storia delle equazioni differenziali*, in: “Διδακτικ και Ιστορια των Μαθηματικων”, a cura di A. Gagatsis, Erasmus ICP-94-G-2011/11, pp. 207-218 e pp. 617-628, Thessaloniki 1995; **G.T. Bagni**, *I procedimenti di Jacopo e di Vincenzo Riccati nella storia delle equazioni differenziali*, in: “Rivista di Matematica dell’Università degli Studi di Parma”, 1996; **G.T. Bagni**, *Le serie numeriche e Jacopo Riccati*, in: “Atti e Memorie dell’Ateneo di Treviso”, anno acc. 1995-1996, Zoppelli, Treviso, in via di pubblicazione (1996); **G.T. Bagni**, *La didattica dell’Analisi matematica nel Settecento: Vincenzo Riccati e Girolamo Saladini*, in: “Periodico di Matematiche”, Roma, in via di pubblicazione (1996). Sulle attuali applicazioni degli studi riccatiani si veda ad esempio: **S. Bittanti** (a cura di), *Workshop on the Riccati equation in Control, System and Signals (Como, June 26-28 1989)*, Bologna 1989, che raccoglie gli atti di un recente convegno dedicato all’equazione differenziale di Riccati.

(²) Ampiamente curata da Giordano è la raccolta dei lavori di Jacopo Riccati: **J. Riccati**, *Opere*, tomi I, II, III, Jacopo Giusti, Lucca 1761, 1762, 1763; tomo IV, Giuseppe Rocchi, Lucca 1765. All’edizione collaborò anche Vincenzo Riccati; in essa (v. IV) è inclusa la ricca nota biografica: **C. Di Rovero**, *Vita del Conte Jacopo Riccati* (edizione con *Introduzione* a cura di **M.L. Soppelsa**, Asolo 1990).

(³) **G.T. Bagni**, *La matematica nella Marca: Vincenzo, Giordano e Francesco Riccati*, cit.

(⁴) **D.M. Federici**, *Sopra la vita e gli studii del Conte Giordano Riccati*, Coletti, Venezia 1790, p. 14.

(⁵) Si veda ad esempio l’inusuale nota: **G. Riccati**, *Che lo studio delle Matematiche non favorisce la miscredenza*, Raccolta Calogerà, t. XXVII, 1775, citata anche in **G. Loria**, *Storia delle Matematiche dall’alba della civiltà al tramonto del secolo XIX*, Sten, Torino 1929-1933 (II ed.: Hoepli, Milano 1950; rist. anast.: Cisalpino-Goliardica, Milano 1982). Altre opere matematiche e fisiche notevoli sono: **G. Riccati**, *Teorema. Il nulla immaginario non può confondersi col nulla reale*, in: “Mem. della Soc. Ital.”, v. IV, p. 116, 1778; **G. Riccati**, *Lettera al Signore Jacopo Ab. Pellizzari sopra i logaritmi de’ numeri negativi*, in: “Continuazione del Nuovo Giornale de’ Letterati d’Italia”, XVI, Modena 1778; **G. Riccati**, *Riflessioni sopra la vera origine, e natura della forza centrifuga. Dissertazione fisico-matematica*, Giuseppe Rocchi, Lucca 1763; **G. Riccati**, *Sui pendoli*, Manoscritto Riccati, b. 3, n. 8, Biblioteca Comunale di Treviso.

(6) **M. Kline**, *Storia del pensiero matematico. I. Dall'Antichità al Settecento. II. Dal Settecento a oggi*, Einaudi, Torino 1991, p. 719.

(7) **G. Riccati**, *Delle corde ovvero fibre elastiche. Schediasmi fisico-matematici*, Stamperia di San Tommaso d'Aquino, Bologna 1767; **G. Riccati**, *Della vibrazione della corde*, Prodrómo della 'Nuova Enciclopedia Italiana', Bindi, Siena 1779.

(8) **G. Barbarigo**, Professore di Fisica ed Accademico di Padova, *Principi di fisica generale*, Al Ponte di San Lorenzo, nella Stamperia Conzatti, Padova 1780 [9], pp. 252-253.

(9) **G. Riccati**, *Saggio sopra le leggi del contrappunto*, Giulio Trento, Castel-franco Veneto 1762 (si tratta di un ampio compendio del trattato **G. Riccati**, *Le leggi del contrappunto dedotte dai fenomeni e confermate dal raziocinio*, Manoscritto 1026, 1-2, Biblioteca Comunale di Udine). La citazione è tratta dalla dedica "Al Nobile Signor Fioravante degli Azzoni Avogari", seconda pagina non numerata del volume.

(10) **A.A. Michieli**, *Una famiglia di matematici e poligrafi trevigiani: i Riccati. III. Giordano Riccati*, cit.

(11) Si veda ad esempio **G. Loria**, *Storia delle Matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del secolo XIX*, cit. Senza dubbio d'Alembert è uno dei massimi fisico-matematici di ogni tempo: i suoi risultati sono riportati, sino ai nostri giorni, in tutti i manuali di meccanica. Si veda, ad esempio, **F. R. Gantmacher**, *Lezioni di meccanica analitica*, Editori Riuniti, Roma 1980. Ma il grande erudito francese è anche valente trattatista in campo musicale; si veda: **J. d'Alembert**, *Eléments de musique théorique et pratique, suivant les principes de M. Rameau*, Bruyset, Lion 1769.

(12) **C.B. Boyer**, *Storia della Matematica*, Mondadori, Milano 1980. Si veda: "Mem. Ac. Berlin", T. IV, 1748; N. C. P., T. III, 1753.

(13) Si vedano le note: **C. Naux**, *Histoire des logarithmes de Neper a Euler*, Blanchard, Paris 1971; **E. Giusti**, *Problemi e metodi di analisi matematica nell'opera di Gianfrancesco Malfatti*, in: "Atti del Convegno su Gian Maria Malfatti", Ferrara, 23-24 ottobre 1981, pp. 37-56, Bologna 1982; **S. Giuntini**, *Una discussione sulla natura dello zero e sulla relazione fra numeri immaginari e numeri reali (1778-1799)*, in: "Bollettino di storia delle scienze matematiche", 4, n. 1, 1984, pp. 25-63; **G.T. Bagni**, *Una "controversia" della matematica del Settecento: i logaritmi dei numeri negativi*, cit. Su tale celebre controversia si possono inoltre vedere i lavori seguenti: **G.W. Leibniz**, *Mathematischen Schriften*, a cura di C.I. Gerhardt, v. III, parte II, *Briefwechsel zwischen Leibniz, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli und Nicolaus Bernoulli*, pp. 887, 895, 899, Halle 1856 (ristampa anastatica: Georg Olms Verlagsbuchhandlung 1962); **C. Walmesley**, *Analyse des mesures des rapports et des angles, ou reduction des integrations aux logarithmes et aux arcs de cercles*, Paris 1748; **L. Euler**, *De la controverse entre Mrs. Leibniz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres negatifs et imaginaires*, in: "Mem. Acad. des Sciences de Berlin", 5, 1749; **G. Riccati**, *Lettera al Signore Iacopo Ab. Pellizzari sopra i logaritmi de' numeri negativi*, cit. (nella Biblioteca Civica di Udine sono conservate Dieci lettere del P. Vincenzo Riccati all'ab. Jacopo Pellizzari sulla questione della Logistica, nel t. XXI del "Commercio Epistolare del Co. Giordano Riccati", intitolato: *Prima raccolta di lettere sopra la questione: Se la Logistica abbia un*

doppio ramo); **G. Riccati**, *Teorema. Il nulla immaginario non può confondersi col nulla reale*, cit. (dello stesso anno, 1778, è la breve nota: **G. Riccati**, *Risposta alle riflessioni analitiche del Signor Abbate Giovacchino Pessuti, Professore di Matematica nel corpo de' Cadetti Nobili di Peterburg, sopra una lettera scrittagli dal Signor Conte Vincenzo Riccati*); **P.M. Caldani**, *Della proporzione bernoulliana fra il diametro, e la circonferenza del circolo e dei logaritmi*, Lelio Della Volpe, Bologna 1782; **P. Ferroni**, *Magnitudinum exponentialium logarithmorum et trigonometria sublimis theoria nova methodo pertractata*, Allegrini, Firenze 1782; **G. Fontana**, *Sopra i logaritmi delle quantità negative e sopra gli immaginarj*, in: "Mem. della Soc. Ital.", vol. I, 1782, p. 183, Verona 1783; **F.M. Franceschinis**, *Opuscoli matematici del P. D. Francesco Maria Franceschinis Bernabita*, Remondini, Bassano 1787; **V. Riccati**, *Sopra i logaritmi dei numeri negativi, lettere cinque*, Società Tipografica, Modena 1789; **F. Maseres**, *Scriptores Logarithmici*, Londini 1791-1807; **G.F. Malfatti**, *Pensieri sulla famosa questione dei logaritmi dei numeri negativi*, in: "Mem. Reale Acc. di Sci. Lett. ed Arti di Mantova", pp. 3-54, 1795; **G. Fontana**, *Sopra la pretesa distinzione fra il nulla reale ed il nulla immaginario*, in: "Mem. della Soc. Ital.", vol. VIII, p. 174, 1799.

(¹⁴) Il passo qui citato è tratto da "Elogio di Bonaventura Cavalieri milanese", incluso in: **P. Frisi**, *Operette scelte*, Silvestri, Milano 1825, pp. 230-231.

(¹⁵) **G. Riccati**, *Le leggi del contrappunto dedotte dai fenomeni e confermate dal raziocinio*", cit.; **G. Riccati**, *Saggio sopra le leggi del contrappunto*, cit.; **G. Riccati**, *Esame del sistema musico del Sig. Giuseppe Tartini*, in: "Continuazione del Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia", t. XX, Modena 1780; **G. Riccati**, *Esame del sistema musico di M. Rameau*, in: "Continuazione del Nuovo Giornale de' Letterati d'Italia", t. XX, Modena 1780; **G. Riccati**, *Lettera I intorno al risorgimento della musica all'onoratissimo Padre D. Giovenale Sacchi*, Modena 1788.

(¹⁶) **G. Riccati**, *Saggio sopra le leggi del contrappunto*, cit., p. 3.

(¹⁷) R. Bortolozzo afferma: "L'aspetto logico -matematico e percettivo dunque coesistono ed interagiscono nella musica in forma evidente, come l'intera opera del Riccati conferma; ciò che per Giordano significò, oltre che una scoperta, l'inizio di un approccio 'moderno' al discorso musicale e la possibilità di trattare scientificamente il materiale sonoro attraverso strumenti concettuali e tecnici di raffinata precisione" (**R. Bortolozzo**, *Giordano Riccati e la fisica del suono*, in: Atti del Convegno "I Riccati e le scienze nel Settecento veneto", Mirano 1991, 115-122, p. 120). Si veda inoltre: **P. Barbieri**, *Padre Martini e gli armonisti fisico-matematici: Tartini, Rameau, Riccati, Vallotti*", in: "Padre Martini. Musica e cultura nel Settecento europeo" (Atti del Convegno, 1984), a cura di A. Pompilio, pp. 173-209, Firenze 1987.

(¹⁸) Si veda: **A. Capri**, *Giuseppe Tartini*, Garzanti, Milano 1945, con un'analisi documentata del vivace epistolario Tartini-Riccati.

(¹⁹) Scrive G. Taboga: "Ma la formazione di Andrea Luchesi non si arresta a questo pur elevato livello. Coltiva contatti col poliedrico conte trevigiano Giordano Riccati, teorico musicale, autore del primo trattato di contrappunto, che gli corregge i lavori. Riccati lo mette anche in contatto con il padre F.A. Vallotti, maestro di cappella di S. Antonio di Padova, dove opera come primo violino il 'maestro delle

nazioni' Giuseppe Tartini" in: **G. Taboga**, *Andrea Luchesi Maestro di Cappella del Principato di Colonia a Bonn*, 'Restauri di Marca', giugno 1992, Edizioni Cooperativa Diemmecci, Treviso 1992, pp. 88-92; ed ancora: 'Di tutti gli allievi di Giordano Riccati il più importante fu il protetto di J. Morosini, Andrea L. Luchesi [...] Il conte svolgeva con la massima attenzione, precisione e cura il volontario compito di appassionato didatta, come si evince dalla lettera seguente [di Luchesi a Riccati, senza data, ma certamente inviata dopo l'agosto 1765]: 'Le sono doppiamente tenuto poi perché si è degnato di esaminare le mie frivole composizioni e nello stesso tempo dirmi il suo sentimento' [...] Il ruolo di Riccati, unitamente ai suoi contatti con P. Giovenale Sacchi per continuare i L Salmi di B. Marcello, con Vallotti, P. Martini, Tartini, Sarti e sicuramente altri maestri dell'Antoniana (Ferrandini, Vandini, Bissoli) dicono che Riccati svolse un'opera in campo musicale la cui importanza e vastità merita sicuramente un'indagine più accurata" (comunicazione privata all'autore). Si veda inoltre: **G. Taboga**, *Andrea Luchesi, l'ora della verità*, Associazione Corale Luigi Sartori-Progetto Luchesi, Spresiano-Treviso 1994. G. Taboga sottolinea che nell'epistolario Riccati conservato presso la Biblioteca "G. Joppi" di Udine esistono sette lettere indirizzate a Giordano Riccati a firma Luchese e Luchesi.

(²⁰) **D.M. Federici**, *Sopra la vita e gli studi del Conte Giordano Riccati*, cit., p. 21.

(²¹) Scrive C. Favaretto: "I Riccati si interessarono di Architettura proprio in virtù della media proporzionale armonica [...] secondo la formula $2ab/(a+b)$, che forniva l'altezza di un vaso largo a e lungo b [...] paragonando la lunghezza con la nota grave della musica, la larghezza con l'ottava e l'altezza con la quinta, secondo un procedimento usato anche in Francia dal Briseaux", in: **C. Favaretto**, *I Riccati*, Università di Padova, Istituto di Storia dell'Arte, anno accademico 1969-1970, pp. 26-29. Si veda inoltre: **F.M. Preti**, *Elementi d'Architettura*, Gatti, Venezia 1780, con la Prefazione di G. Riccati, in cui viene sottolineata la priorità di Jacopo Riccati nella scoperta della media proporzionale armonica; **F. Riccati**, *Lettere intorno alla scoperta della media proporzionale armonica*, Pietro Pianta, Brescia 1760.