Bollettino dei Docenti di Matematica, 48 (2004), 29-40

"... ma la perdita sarebbe stata maggiore del guadagno"

Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica,
Università di Roma «La Sapienza»

Abstract. In this paper, we briefly consider the geographical distribution of main mathematical experiences in the History. Some results by S. Ramanujan are presented, in order to present some moments of the life of the great Indian mathematician and to underline the importance of the safeguard of cultural roots, that allow the full expression of the mathematical creativity.

"La formula [di Ramanujan]:

$$\int_0^\infty e^{-3\pi x^2}\frac{\sinh \pi x}{\sinh 3\pi x}dx = e^{-\frac{2\pi}{3}}\sqrt{\frac{1}{3}}\sum_{n=0}^{\infty} e^{-2n(n+1)\pi}$$
$$\left(1+e^{-\pi}\right)^{-2}\left(1+e^{-3\pi}\right)^{-2}\ldots\left(1+e^{-(2n+1)\pi}\right)^{-2}$$

mi dà un'emozione che è indistinguibile da quella che provo quando entro nella Sagrestia Nuova di S. Lorenzo a Firenze e vedo dinanzi a me l'austera bellezza del Giorno, della Notte, del Crepuscolo e dell'Aurora che Michelangelo ha posto sulle tombe di Giuliano e di Lorenzo de' Medici".

George Neville Watson (1886-1965)
(cit. in: Chandrasekhar, 1990, p. 101)

La frase che intitola il presente lavoro chiude la presentazione di Godfrey Harold Hardy (1877-1947) al volume *Collected Papers of Srinivasa Ramanujan* (Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927), pubblicato a Cambridge nel 1927, appena sette anni dopo la morte di Srinivasa Ayyangar Ramanujan (1887-1920).

Prima di occuparci della vita e dell'opera del grande matematico indiano, esponiamo alcune riflessioni riguardanti la storia e la geografia della Matematica.

1. La storiografia e le grandi tradizioni matematiche

Intorno al 3000 a.C. può essere collocata la prima testimonianza matematica scritta conosciuta: sulla sommità dello scettro di Menes, rappresentante della prima dinastia dei Faraoni, troviamo registrate numericamente alcune prede di guerra: il bottino del Faraone vincitore comprendeva 400 000 buoi, 1 422 000 capre e 120 000 prigionieri

(Bunt, Jones & Bedient, 1983)[1]. Da quell'antica testimonianza prendono le mosse, spesso, i più autorevoli testi di Storia della Matematica: all'Egitto e alla Mesopotamia seguono, come teatro mondiale della ricerca matematica, la Grecia e l'Europa.

In larga parte, la storia della Matematica come oggi la intendiamo è patrimonio della tradizione occidentale: alcuni settori fondamentali della Matematica contemporanea si sono sviluppati in ambito europeo, come l'Analisi[2]. Per questo motivo le opere storiche generali sulla Matematica riservano alla tradizione ellenica ed europea la maggiore attenzione; altre tradizioni culturali vengono comunque segnalate e studiate: si parla così della Matematica araba, della Matematica indiana, della Matematica cinese, della Matematica dell'America precolombiana.

Una valutazione sommaria dello "spazio" concesso da alcuni celebri trattati di storia della Matematica alle tradizioni extraeuropee può essere ricavata dalla tabella seguente, in cui abbiamo riportato le percentuali delle pagine dedicate ad alcune grandi tradizioni matematiche rispetto al totale delle pagine dell'opera (il riferimento è alle traduzioni italiane, se disponibili):

	Matematica cinese	Matematica indiana	Matematica araba	Matematica dell'America precolombiana
Loria (1933)	3%	2%	2%	-
Struik (1948)	1%	1%	1%	-
Boyer (1968)	1%	3%	4%	cenni
Kline (1972)	-	1%	1%	-
Anglin (1994)	1%	2%	2%	-

[1] Ma è corretto limitare lo studio delle radici storiche della Matematica alle testimonianze scritte? G.G. Joseph esprime qualche dubbio: "Per quanto è dato sapere, non è mai esistita una società che non abbia utilizzato qualche forma di conteggio o di riscontro (che non abbia cioè accompagnato una raccolta di oggetti con gruppi di segni facilmente manipolabili, quali pietre, nodi, o intagli su legno o su ossa). Se definiamo la Matematica come un'attività che scaturisce da concetti relativi a configurazioni numeriche o spaziali ovvero contribuisce a generarli e li impiega in connessione con qualche forma di logica, possiamo legittimamente includere nel nostro studio la proto-matematica, che esisteva quando non erano ancora disponibili forme di registrazione scritta" (Joseph, 2000, p. 38).

[2] Tuttavia alcuni importanti contributi delle tradizioni matematiche extraeuropee non dovrebbero essere trascurati: ad esempio, in Brahmagupta (VII-VIII secolo), in Mahavira (IX secolo) ed in Bhaskara (1114-1185) troviamo alcune regole di calcolo con lo zero: "Bhaskara, parlando di una frazione il cui denominatore è uguale a 0, dice che questa frazione rimane la stessa qualunque cosa le si aggiunga o le si sottragga, proprio come nessun mutamento ha luogo nella Divinità immutabile quando vengono creati o distrutti dei mondi. Un numero diviso per zero, aggiunge, viene chiamato una quantità infinita" (Kline, 1991, I, p. 216). Importante è anche il contributo dell'Astronomia indiana: la considerazione del moto istantaneo della Luna per determinare i momenti esatti in cui si verificano le eclissi portò Brahmagupta e più ancora Manjula (operante intorno al 930 d.C.) a considerare alcune quantità dal punto di vista differenziale. Circa un secolo più tardi, Bhaskara utilizzò la formula che scriveremmo modernamente: $d(\sin x) = \cos x \, dx$ e nel proprio *Siddhanta Siromani* si mostrò consapevole che quando una variabile raggiunge il valore massimo il suo differenziale si annulla (alcune sue annotazioni possono essere interpretate in analogia con il teorema di Rolle, del 1691: Joseph, 2000, pp. 294-295). Una menzione meritano infine gli sviluppi in serie infinite presenti in opere cinesi tra il XVII ed il XVIII secolo, ad esempio di Mei Wending e di suo nipote Mei Juecheng (1681-1763: Martzloff, 1997, p. 353). Possiamo, dunque, concludere che nell'ambito della Matematica orientale si è sviluppato un Calcolo infinitesimale propriamente detto? Tale affermazione, sulla base delle conoscenze disponibili, sarebbe azzardata. Ma altrettanto discutibile sarebbe ignorare completamente i contributi orientali ad uno dei settori più importanti della Matematica.

Sebbene i dati precedenti siano soltanto indicativi, non possiamo non notare che la presenza delle tradizioni matematiche diverse da quella occidentale è estremamente contenuta[3]. Tuttavia un esame obiettivo della storia della Matematica prova che la nostra disciplina non può essere considerata patrimonio esclusivo di una sola tradizione culturale.

2. Contatti e "contaminazioni"

Se non è difficile riconoscere che i più elevati risultati della Matematica contemporanea sono maturati nell'ambito della cultura occidentale, infatti, è parallelamente indispensabile rendersi conto che la storia della Matematica non può non essere concepita in termini di evoluzione delle diverse istituzioni culturali e dunque delle varie tradizioni. La considerazione e la piena valorizzazione di tali diversità appare elemento essenziale per comprendere correttamente la ricchezza di tradizioni che talvolta sono troppo frettolosamente considerate secondarie (e tali considerazioni, come vedremo, hanno ruoli importanti anche in ambito didattico).

Inoltre, proprio l'interazione di tradizioni matematiche diverse ha reso possibili, sia nei secoli passati che recentemente, alcuni momenti di crescita straordinariamente importanti. Sarebbe difficile immaginare lo sviluppo della Matematica occidentale senza il formidabile impulso determinato dalla diffusione della notazione numerica posizionale, introdotta nell'Europa medievale dalla semisconosciuta Matematica indiana grazie alla mediazione degli studiosi mediorientali. Come sarebbe imbarazzante pensare all'irreparabile impoverimento della Matematica mondiale che sarebbe stato causato dalla perdita di quei capolavori del mondo antico che tutti noi abbiamo potuto conoscere ed apprezzare solo grazie all'opera dei traduttori arabi (Kline, 1991, I).

Notiamo poi che l'interazione di tradizioni culturali diverse non è storicamente avvenuta, né può realizzarsi ai giorni nostri, attraverso semplici contatti istituzionali o, comunque, senza il diretto coinvolgimento personale di singoli soggetti: pensatori, ricercatori, docenti, studenti, divulgatori. È proprio mediante il confronto diretto, infatti, che vengono a crearsi le condizioni per stimolare il dialogo più fecondo e quindi per ottenere un reciproco arricchimento[4]. Ma tale situazione richiede che venga

---

[3] Tuttavia le stesse tradizioni culturali extraeuropee sono talvolta studiate con riferimento primario, se non esclusivo, ad alcune aree principali; nota ad esempio G.G. Joseph: "Negli studi sulla Matematica araba vi è una tendenza a confinare l'attenzione alle attività che si svolsero intorno al Medio Oriente e alla Spagna e a ignorare il lavoro che fu condotto, nell'ambito della tradizione islamica, nell'Africa settentrionale e occidentale, cioè in quell'ampia regione del Nord-Ovest definita col nome di Maghreb" (Joseph, 2000, p. 416). Anche la matematica ebraica produsse risultati significativi. In termini del tutto analoghi, notiamo che sarebbe opportuno e interessante lo studio delle tradizioni matematiche che si sono sviluppate in aree geografiche influenzate dalla Matematica cinese, come la Corea, il Giappone, la Mongolia, il Tibet e il Vietnam (Martzloff, 1997, pp. 105-110; Needham, 1985). Per quanto riguarda la geografia della Matematica, dunque, sono ancora molte le terre che attendono di essere esplorate.

[4] Un ricco volume curato da Jean-Luc Chabert (pubblicato in francese nel 1994 e in inglese nel 1999) è dedicato alla storia degli algoritmi. Nel brano seguente viene evidenziata l'importanza della diffusione geografica dei principali algoritmi elementari: "Dato che la trasmissione degli algoritmi è avvenuta in conseguenza di contatti tra persone, e necessariamente in termini casuali, quelli che sono ricordati e che si sono sviluppati non sono necessariamente i più rilevanti (dal nostro punto di vista), ma quelli meglio compresi e più diffusi nei periodi considerati. Un metodo algoritmico riscuote un buon successo quando le tecniche impiegate corrispondono alle necessità del tempo" (Chabert, 1999, p. 7, traduzione di G.T. Bagni). Dal brano emerge con forza il ruolo essenziale delle "persone" nella stessa elaborazione del pensiero matematico e nella sua trasmissione.

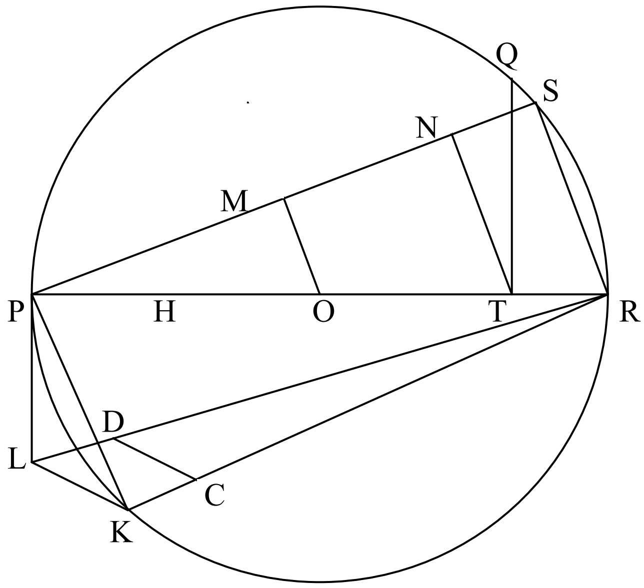
salvaguardata ed apprezzata l'identità di tutti i soggetti a qualsiasi titolo coinvolti: dunque è indispensabile creare le condizioni, dai punti di vista propriamente scientifico, ma anche generalmente culturale e sociale, per il mantenimento di tale identità.
Illustreremo quanto ora affermato ripercorrendo brevemente la vicenda di un grande matematico del XX secolo: Srinivasa Ayyangar Ramanujan.

3. Un brahmano a Cambridge

Gli eccezionali risultati di Ramanujan possono essere apprezzati soltanto da pochi specialisti in tutto il mondo. Ma la sua breve, straordinaria vita affascina anche i non addetti ai lavori: pressoché autodidatta, si formò inizialmente sulla *Synopsis* di G.S. Carr, un compendio (non molto avvincente, ha osservato qualche storico) di risultati elementari nella Matematica pura ed applicata; con notevoli difficoltà riuscì ad ottenere un oscuro posto di contabile e continuò a dedicarsi allo studio della Matematica, senza seguire un percorso di ricerca accademicamente riconosciuto.
Tuttavia il giovane impiegato di Madras sentiva l'urgente bisogno di confrontarsi con gli esponenti di quella comunità scientifica internazionale la cui importanza riusciva appena ad intravvedere: scrisse ad alcuni dei più influenti matematici dell'inizio del secolo, a Cambridge; ma alcuni degli studiosi interpellati (H.F. Baker ed E.W. Hobsen) non ritennero opportuno rispondergli. G.H. Hardy, invece, rispose a Ramanujan, colpito dagli incredibili risultati intuiti dallo sconosciuto matematico dilettante, privi di una rigorosa dimostrazione tradizionale eppure eccezionalmente stimolanti e promettenti. Iniziò così una delle più feconde collaborazioni che la storia della Matematica ricordi, collaborazione resa possibile dal viaggio di Ramanujan in Inghilterra, fermamente voluto da Hardy, e dal successivo quinquennio di permanenza del matematico indiano a Cambridge.
La storia di Srinivasa Ramanujan non è solo una storia di grandi risultati matematici: è anche un'emozionante avventura umana, caratterizzata dal confronto di uomini come Ramanujan ed Hardy, vere personificazioni, rispettivamente, di intuizione e di rigore. Un'avventura caratterizzata dall'interazione di due realtà scientifiche e più in generale culturali per molti versi opposte, quella indiana e quella inglese dell'inizio del XX secolo, che tuttavia riuscirono a parlarsi, a capirsi, dunque a crescere insieme: e che si integrarono perfettamente attraverso le figure-simbolo dei due matematici, sotto le ricche volte del Trinity College, negli anni tristi della Prima Guerra Mondiale.
Il geniodi Ramanujan ottenne infine il pieno riconoscimento a livello internazionale: lo sconosciuto contabile, "il povero e solitario indù che contrapponeva il suo ingegno alla tradizione della saggezza europea" (nelle parole di Hardy) giunse ad essere nominato *Fellow* della Royal Society, il massimo onore per uno scienziato dell'area culturale britannica, uno dei titoli più ambiti del mondo. Ma la sua vicenda umana si avviava ad una prematura conclusione: la sua salute peggiorò, forse minata dalla tubercolosi. Poco dopo il ritorno in patria, Ramanujan morì: non aveva ancora compiuto trentatré anni.
Srinivasa Ramanujan è un uomo che ha liberamente accettato il confronto aperto con un mondo scientifico e culturale immenso e radicalmente diverso dal proprio; che ha scelto di discutere, sorretto solo della propria straordinaria intuizione, con gli studiosi formati nelle più rigorose scuole matematiche del mondo occidentale. Ma che mai ha rinunciato al proprio modo di ricercare e di argomentare tutt'altro che ortodosso, alle proprie radici, al ricordo delle esperienze matematiche dei propri grandi compatrioti, come gli antichi Aryabhata, Brahmagupta e Bhaskara. Dunque al proprio essere Indiano.

4. Una ricerca geometrica di Ramanujan

Presenteremo ora alcuni risultati di Ramanujan. Il primo è collegato all'antico problema della quadratura del cerchio; nell'articolo *Squaring the Circle*, pubblicato nel 1913 (e riedito in: Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927, p. 22), Ramanujan scrive:



"Dato il cerchio di centro O e diametro PR, sia H punto medio di PO e T tale che OT = 2TR. Sia TQ semicorda perpendicolare a PR e RS corda tale che RS = TQ.
Siano M, N punti di PS in modo che OM e TN siano parallele a RS. Si traccino come nella figura la corda PK = PM, la tangente PL = MN e i segmenti RL, LK, KL. Sia RC = RH. Si conduca infine la parallela CD a KL che incontra RL nel punto D.
Allora il quadrato costruito su RD sarà approssimativamente equivalente al cerchio assegnato" (Ramanujan, 1913, p. 132, traduzione di G.T. Bagni).

Posto dunque PR = d, l'Autore nota che:

$$\mathrm{RS}^2 = \frac{5}{36}d^2$$

quindi: $$\mathrm{PS}^2 = \frac{31}{36}d^2$$

e dall'uguaglianza di PL e PK a MN e PM rispettivamente segue che:

$$\mathrm{PK}^2 = \frac{31}{144}d^2 \qquad \text{e} \qquad \mathrm{PL}^2 = \frac{31}{324}d^2$$

pertanto: $$\mathrm{RK}^2 = \mathrm{PR}^2 - \mathrm{PK}^2 = \frac{113}{144}d^2$$

nonché: $$\mathrm{RL}^2 = \mathrm{PR}^2 + \mathrm{PL}^2 = \frac{355}{324}d^2$$

A questo punto, essendo:

$$\frac{RK}{RL} = \frac{RC}{RD} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{113}{355}} \qquad \text{e} \qquad RC = \frac{3}{4}d$$

risulta infine: $RD = \dfrac{d}{2}\sqrt{\dfrac{355}{113}}$, molto vicino a $\dfrac{d}{2}\sqrt{\pi}$.

Infatti: $\dfrac{355}{113} = 3{,}14159292$

e la sua differenza da π è 0,00000026... Lo stesso Ramanujan osserva, in una nota, che "se l'area del cerchio considerato è di 140000 miglia quadrate, allora RD risulta una valutazione per eccesso di circa un pollice" (Ramanujan, 1913, p. 132).

Osserviamo che, dal punto di vista numerico, il valore $\dfrac{355}{113}$ può essere desunto dalle ricerche di Tolomeo e di Aryabhata e può essere ricavato dallo sviluppo di π in frazione continua (Struik, 1981, p. 106). Tutto ciò ovviamente non sminuisce il valore della bella costruzione geometrica di Ramanujan, la cui semplicità consentirebbe una presentazione didattica anche a livello della scuola secondaria!

Osserviamo infine che la ricerca di approssimazioni di π (un classico tema dell'antica ricerca matematica orientale, dalla Cina all'India; si veda: Needham, 1985; Martzloff, 1997; Joseph, 2000) compare in molti altri lavori di Ramanujan; un'altra interessante approssimazione è ad esempio:

$$\left(9^2 + \frac{19^2}{22}\right)^{\frac{1}{4}} = 3{,}14159265262...$$

che l'Autore afferma di avere ricavato "empiricamente" (Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927, p. 35).

5. Ramanujan e la Teoria dei Numeri

Molte ricerche di Ramanujan sono collegate alla Teoria dei Numeri (Weil, 1994)[5]. Concetti e tecniche presenti in molti enunciati e nelle dimostrazioni rendono però improponibile la completa considerazione dei risultati del matematico indiano ai non specialisti. Presentiamo però in termini generali un lavoro interessante (*Proceedings of the London Mathematical* Society, 2, XVI, 17, in: Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927, pp. 242-243) che trae ancora una volta spunto da osservazioni empiriche.

Il rilevamento pratico di una regolarità offre infatti l'occasione per la ricerca: alcuni numeri naturali sono il prodotto di molti fattori relativamente piccoli (l'Autore indica tali numeri con il termine *round numbers*); ad esempio $1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$. Ma una verifica "empirica" mostra che tali numeri sono rari (e "tale fatto può essere verificato da

[5] Nella ricerche di Teoria dei Numeri di Ramanujan non si rileva alcuna particolare prospettiva di tipo applicativo: "Ciò che rende l'opera di Ramanujan così affascinante non è la prospettiva di un suo uso nella soluzione dei problemi del mondo reale, bensì la sua ricchezza, la sua bellezza e il suo mistero: la sua grazia matematica pura e semplice" (Kanigel, 2003, pp. 349-350).

chiunque faccia pratica di scomposizione in fattori primi di numeri osservati a caso, come numeri di taxi o di vetture ferroviarie", osserva lo stesso Ramanujan in: Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927, p. 242). Per spiegare matematicamente tale fenomeno, l'Autore dimostra un risultato che riprende alcuni precedenti studi di Edmund Landau (1887-1938).

Premettiamo un'annotazione terminologica. Si considerino tutti i numeri naturali n non superiori a x e sia x_P il numero di essi che godono della proprietà $P(n)$. Se al tendere di x all'infinito il rapporto x_P/x tende a 1, diciamo che *quasi tutti i numeri hanno la proprietà P*. Ramanujan dimostra allora che:

quasi tutti i numeri naturali n sono il prodotto:

- di più di $\log\log n - \Phi(n)\sqrt{\log\log n}$ fattori primi
- e di meno di $\log\log n + \Phi(n)\sqrt{\log\log n}$ fattori primi

dove $\Phi(n)$ è una funzione che tende all'infinito al tendere all'infinito di n.

Dato che la funzione $\log\log n$ tende all'infinito con estrema lentezza, il risultato spiega l'osservazione empirica precedentemente descritta.

Come valutare l'approccio di Ramanujan alla Matematica? Scrive George Gheverghese Joseph:

"Lo stile di Ramanujan nel fare Matematica era molto diverso da quello del matematico tradizionale, allenato al metodo di dimostrazione deduttivo assiomatico. Secondo i resoconti della moglie e degli stretti collaboratori, egli faceva grande uso di una lavagna sulla quale annotava e cancellava in continuazione quelle che sua moglie chiamava *addizioni*, per poi trasferire qualche risultato finale nel suo taccuino, quando era soddisfatto delle conclusioni. Non sentiva alcun obbligo di dimostrare che i risultati fossero esatti: ciò che gli premeva di più erano i risultati stessi" (Joseph, 2000, p. 12).

Nel brano seguente, Godfrey Harold Hardy ricorda il collega indiano con ammirazione e rispetto, e riconosce che una formazione tradizionale avrebbe portato Ramanujan al raggiungimento di risultati scientifici di eccezionale livello:

"Mi è stato frequentemente chiesto se Ramanujan avesse qualche speciale segreto, se i suoi metodi differissero da quelli degli altri matematici; se ci fosse qualcosa di davvero anomalo nel suo modo di ragionare. (...) La sua capacità di gestire le formule algebriche, le trasformazioni di serie infinite e via di seguito era davvero sorprendente. Da questo punto di vista mai ebbi occasione di incontrare un matematico della sua abilità, e potrei pensare di confrontarlo solo con Euler o con Jacobi. Operava, in misura ben maggiore di quanto non facciano gli altri matematici di oggi, per induzione partendo da esempi numerici: tutte le sue proprietà di congruenza per le partizioni, ad esempio, sono state scoperte così. (...) I risultati di Ramanujan non hanno la semplicità e l'universalità proprie delle grandi opere: la loro importanza sarebbe maggiore se minore fosse la loro stranezza. Un pregio che nessuno può negare ad essi è la loro profonda, inarrivabile originalità. Forse egli sarebbe stato un matematico più grande se fosse stato formato, inquadrato da giovane. Avrebbe scoperto molte cose nuove, e di grande importanza. Del resto in questo caso sarebbe diventato più un professore europeo e meno Ramanujan. Ma la perdita sarebbe stata maggiore del guadagno" (Hardy, Seshu Aiyar & Wilson, 1927, pp. XXXV-XXXVI).

Condividiamo senza alcuna riserva la conclusione di Hardy.

6. Riflessioni didattiche

Quanti potenziali Ramanujan hanno preferito trasformarsi nella figura tradizionale del ricercatore occidentale? E, facendo ciò, quanti hanno costretto la propria intuizione entro binari che hanno finito per limitare o per sterilizzare le naturali, originali capacità? Non intendiamo ovviamente dare delle risposte categoriche a questi interrogativi: non abbiamo elementi per farlo in termini generali[6]. Certamente però le influenze culturali della tradizione indiana furono fondamentali per garantire l'originalità delle ricerche e dei risultati di Ramanujan: egli riuscì a restare se stesso, anche di fronte agli stimoli di una tradizione matematica antica e potente come quella occidentale[7].
Osservazione come le precedenti possono essere utilmente riproposte in chiave didattica. La rivalutazione dell'impostazione multiculturale sta infatti assumendo, per quanto riguarda specificamente la Matematica, importanza crescente nel panorama della ricerca contemporanea. Molti convegni internazionali riservano a tali questioni spazi sempre più rilevanti: faremo ad esempio riferimento a *Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues*, sezione curata da Lucia Grugnetti e da Leo Rogers in *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (Fauvel & van Maanen, 2000, pp. 39-62; nel seguito le traduzioni sono nostre)[8]:

"Nel XX secolo si sono verificati cambiamenti molto significativi nel modo di considerare i contributi delle diverse culture alla nostra storia. È importante che la Matematica, come ogni altra disciplina, sia sensibile a queste nuove istanze. Mostrare come il pensiero matematico si sia sviluppato nelle differenze culture, come risposta alle necessità ed alle idee presenti in società diverse, non solo rende possibile una più

[6] La storia della Matematica fornisce molti altri esempi di studiosi che, per motivi diversi, si sono trovati a vivere esperienze di confronto prolungato con tradizioni culturali diverse. Le conseguenze derivate da tali situazioni possono essere state ovviamente varie: in alcuni casi le difficoltà hanno ostacolato l'opera dei soggetti interessati; in altri si possono invece riscontrare straordinarie possibilità di arricchimento culturale e di stimolo. Un esempio estremamente interessante è costituito dal soggiorno del ventitreenne André Weil (1906-1998) nella città indiana di Aligarh, non lontana da Delhi: dopo la formazione all'École Normale, l'esperienza indiana si rivelerà per il giovane matematico un'occasione preziosa sia dal punto di vista umano che da quello della produzione scientifica: la "nuova teoria delle funzioni di più variabili complesse", nata proprio ad Aligarh durante uno stato "di lucida esaltazione nei quali i pensieri si concatenano come per miracolo" esercitò "un ruolo di importanza pressoché cruciale" in importanti settori della Matematica del Novecento (si veda: *Ricordi di apprendistato*, l'autobiografia di André Weil pubblicata nel 1991 e nel 1994 in traduzione italiana: Weil, 1994, pp. 98-99).

[7] Citiamo ancora G.G. Joseph: "In che misura le influenze culturali hanno determinato la scelta delle materie e dei metodi di Ramanujan? A questo proposito è interessante il fatto che Ramanujan appartenga alla casta dei brahmani Ayyangar dei Tamil Nadu dell'India meridionale, un gruppo che godeva di uno status sociale elevato grazie alla sua tradizionale erudizione ed ai suoi costumi religiosi. Con questo retroterra culturale l'inclinazione di Ramanujan ad attribuire le sue scoperte all'intervento della dea di famiglia, Namagiri, appare comprensibile. (...) Il carattere matematico occidentale trova difficile venire a patti con gli elementi speculativi, extrarazionali e intuitivi della formazione di Ramanujan. Ad un altro livello, l'esempio di Ramanujan mostra indubbiamente che in campo matematico anche chi è stato istruito ed allevato secondo tradizioni e in ambienti decisamente estranei alla società occidentale può raggiungere dei risultati eccellenti" (Joseph, 2000, p. 13).

[8] La sezione *Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from philogenesis and ontogenesis theory to classroom practice*, curata da Fulvia Furinghetti e da Luis Radford in *Handbook of International Research in Mathematics Education*, edito da Lyn English (Furinghetti & Radford, 2002), è un ulteriore significativo esempio dell'attenzione con cui la ricerca internazionale segue le questioni presentate.

profonda comprensione dei concetti matematici, ma incoraggia una maggiore creatività nella loro applicazione in settori diversi. Una storia che mostri la diversità, piuttosto che l'universalità, dello sviluppo matematico aggiunge una dimensione stimolante alla disciplina stessa. In particolare, rende possibile l'ingresso in classe del mondo e della sua storia, in modo da contrastare ogni ristretta visione etnocentrica" (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 46).

Certamente la storia della Matematica fornisce importanti opportunità di considerare situazioni ed elementi tratti da culture diverse e di proporre efficacemente tali contributi agli allievi, nei vari livelli scolastici (citiamo ad esempio: Fauvel & van Maanen, 1997; Furinghetti, 1993; Furinghetti & Somaglia, 1997; Grugnetti, 2000; Pepe 1990; Swetz, 1989 e 1995). Tuttavia è indispensabile preparare adeguatamente tale introduzione, in particolare senza mai dimenticare la precisazione dei rispettivi contesti[9]. A tale proposito citiamo ancora L. Grugnetti e L. Rogers:

"Ad esempio, alcune etichette come *etnomatematica* o *la matematica delle donne* sono spesso utili per sottolineare l'importanza di settori particolari, ma potrebbero portare a situazioni di radicalizzazione con il pericolo di isolare certi gruppi dalla più ampia comunità matematica" (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 50).

Dunque l'inserimento dei contributi collegati alle varie culture nella comunità matematica deve scongiurare rischi per molti versi opposti: da un lato, l'inglobamento di una comunità culturale in un'altra, o nella cosiddetta *comunità internazionale*, con le conseguenti perdite di originalità che possono portare addirittura a fenomeni di sterilizzazione; ma d'altro canto deve essere evitato che la proclamazione delle diversità sia causa dell'isolamento culturale di un gruppo. Il confronto dialettico tra gruppi di ricercatori e di studenti appartenenti a tradizioni diverse può invece, come ricordato, portare al reciproco sostanziale arricchimento, allo stimolo di una visione generale ben più ampia ed articolata che risulta certamente più feconda.
La crescente attenzione da parte della comunità scientifica internazionale testimoniata dalle precedenti citazioni non esaurisce, naturalmente, il problema: la creazione di una società in cui i contributi delle varie culture siano visti come autentici arricchimenti resta naturalmente un procedimento lungo e difficoltoso, anche dal punto di vista sociale ed economico[10]. Ma riteniamo che un corretto approccio culturale alle molte questioni coinvolte, un approccio ad esempio che tragga origine dal mondo della scuola

---

[9] Un'osservazione importante riguarda il linguaggio: "Non è sempre semplice tradurre la Matematica europea nel linguaggio delle popolazioni indigene. Ad esempio, in inglese il termine *uguale* ha significati differenti se considerato nell'ambito dei numeri o in quello degli insiemi. In alcune lingue si usa la stessa parola per indicare molte relazioni (eguale, congruente, equivalente, simile) e dunque la traduzione del linguaggio matematico può comportare problemi" (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 48).

[10] Segnaliamo infine l'importanza dello studio delle caratteristiche dei differenti contesti politici in cui l'educazione matematica si sviluppa oggi nei paesi del mondo (di particolare interesse, ad esempio, può essere il confronto tra i programmi scolastici). A tale riguardo si potrà fare riferimento a *The political context*, sezione curata da Florence Fasanelli nel citato volume *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (Fauvel & van Maanen, 2000, pp. 1-38). F. Fasanelli osserva: "La gente ha studiato, imparato, utilizzato la Matematica per più di quattromila anni, sebbene sia solo relativamente da poco tempo che la Matematica viene insegnata, in molti paesi, ad una rilevante parte della popolazione. Con la diffusione dell'istruzione, maggiore attenzione viene specificamente dedicata a che cosa viene insegnato ed ai motivi di tali scelte. Queste decisioni sono in ultima analisi di carattere politico, influenzate da molti fattori tra i quali l'esperienza degli insegnanti, le attese dei genitori e dei datori di lavoro, il contesto sociale" (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 1; la traduzioni è nostra).

e che nel mondo della scuola possa radicarsi, costituisca una premessa importante per la nascita di una generale mentalità tesa a valorizzare “la diversità, piuttosto che l’universalità” (Fauvel & van Maanen, 2000, p. 46).

Riferimenti bibliografici

Anglin, W.S. (1994), *Mathematics. A Concise History and Philosophy*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg.

Boyer, C.B. (1982), *Storia della Matematica*, Mondadori, Milano (edizione originale: *A History of Mathematics*, John Wiley & Sons, New York 1968).

Bunt, L.N.H; Jones, P.S. & Bedient, J.D. (1983), *Le radici storiche della Matematiche elementari*, Zanichelli, Bologna.

Chabert, J.-L. (a cura di) (1998), *A History of Algorithms. From the Pebble to the Microchip*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg (edizione originale: *Histoire d’algorithmes. Du caillou à la puce*, Éditions Belin, Paris 1994).

Chandrasekhar, S. (1990), *Verità e bellezza*, Garzanti, Milano.

Fauvel, J. & van Maanen, J. (1997), Storia e didattica della matematica, *Lettera Pristem*, 23, 8-13.

Fauvel, J. & van Maanen, J. (a cura di) (2000), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, Kluwer, Dodrecht

Furinghetti, F. & Radford, L. (2002), Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from philogenesis and ontogenesis theory to classroom practice, English, L. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 631-654, Lawrence Erlbaum, New Jersey.

Furinghetti, F. & Somaglia, A. (1997), Storia della matematica in classe, *L’educazione matematica*, XVIII, V, 2, 1.

Furinghetti, F. (1993), Insegnare matematica in una prospettiva storica, *L’educazione matematica*, III, IV, 123-134.

Grugnetti, L. (2000) The history of Mathematics and its Influence on Pedagogical Problems, Kats, J. (Ed.), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective*, The Mathematical Association of America, 29-35.

Hardy, G.H.; Seshu Aiyar, P.V. & Wilson, B.M. (1927), *Collected Papers of Srinivasa Ramanujan*, University Press, Cambridge.

Joseph, G.G. (2000), *C'era una volta un numero. La vera storia della Matematica*, Il Saggiatore, Milano (edizione originale: *The Crest of the Peacock. Non-European Roots of Mathematics*, 1991).
Kanigel, R. (2003), *L'uomo che vide l'infinito. La vita breve di Srinivasa Ramanujan, genio della Matematica*, Rizzoli, Milano (edizione originale: 1991).
Kline, M. (1991), *Storia del pensiero matematico*, I-II, Einaudi, Torino (edizione originale: *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford Un. Press, New York 1972).
Loria, G. (1929-1933), *Storia delle Matematiche dall'alba delle civiltà al tramonto del secolo XIX*, Sten, Torino (riedizione: Hoepli, Milano 1950; ristampa anastatica: Cisalpino-Goliardica, Milano 1982).
Martzloff, J.-C.. (1997), *A History of Chinese Mathematics*, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg (edizione originale francese: *Histoire des Mathématiques chinoises*, Masson, Paris 1987).
Needham, J. (1985), *Scienza e civiltà in Cina*, III, La Matematica e le scienze del cielo e della terra, I, Matematica e astronomia, Einaudi, Torino (edizione originale: *Science and civilisation in China*, Cambridge University Press 1959).
Pepe, L. (1990), Storia e didattica della matematica, *L'educazione matematica*, III, I-2, 23-33.
Ramanujan, S. (1913), Squaring the Circle, *Journal of the Indian Mathematical Society*, V, 132.
Struik, D.J. (1981), *Matematica: un profilo storico*, Il Mulino, Bologna (edizione originale: *A Concise History of Mathematics*, Dover, New York 1948).
Swetz, F.J. (1989), Using problems from the history of mathematics in classroom instruction, *Mathematics Teacher*, 82, 370-377.
Swetz, F.J. (1995), To know and to teach: mathematical pedagogy from a historical context, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 73-88.
Weil, A. (1994), *La teoria dei numeri*, Einaudi, Torino.