*Amicitiae causa. Scritti in memoria di mons. Luigi Pesce*, Pecorari, P. (Ed.),
Quaderni dell'Ateneo di Treviso, 213-228

GIORGIO T. BAGNI

# Le relazioni *simul* e *ordo* di Pietro Mengoli (*Arithmetica realis*, 1675): un'Algebra di Lindenbaum nel XVII secolo

> «Non è vero (…) che per filosofare non sia necessario rifarsi alla storia della filosofia. Sarebbe come dire che si può diventar pittore senza aver mai visto un quadro di Raffaello, o scrittore senza aver mai letto i classici. È teoricamente possibile, ma l'artista 'primitivo', condannato all'ignoranza del passato, è sempre riconoscibile come tale, e chiamato appunto *naif*. È invece proprio quando si rivisitano antichi progetti che si sono mostrati utopici o fallimentari che possono essere previsti i limiti o i fallimenti di ogni impresa».[1]
>
> Umberto Eco

**1.** La riflessione sulla struttura del pensiero e sulle modalità caratteristiche della sua espressione è stata un'affascinante sfida per l'uomo, a partire dalle grandi civiltà del mondo antico: a tratti inestricabile, lungo lo svolgersi della storia della cultura umana, appare la sovrapposizione, l'intreccio degli studi riguardanti i procedimenti di deduzione, la forma dell'argomentazione e lo stesso linguaggio.[2]

Assai vasta, e forzatamente incompleta, sarebbe una pur sommaria presentazione storica delle molte esperienze culturali collegate alla riflessione sui fondamenti dell' argomentare, all' analisi dei procedimenti che consentono all' uomo il raggiungimento ed il consolidamento della conoscenza razionale. Con J. M.

Bochenski osserviamo che una periodizzazione della storia della Logica formale sarebbe impresa estremamente delicata;[3] ma a tale riguardo è generalmente accettata una la suddivisione in cinque periodi della Logica occidentale: il periodo antico (dalle origini al VI secolo d. C.); l' alto Medioevo (dal VII all'XI secolo); il periodo scolastico (dall'XI al XV secolo); la Logica classica moderna (dal XVI al XIX secolo); per giungere infine alla Logica matematica propriamente detta (dalla metà del XIX secolo).

La precedente suddivisione (che peraltro non deve far pensare ad uno sviluppo ordinato e lineare: l'evoluzione logica si presenta irregolare ed in molti casi la sua descrizione è solo in parte aderente allo sviluppo di altri settori della cultura)[4] deve tener conto che due dei citati periodi, l'alto Medioevo e il periodo della Logica classica moderna, non sono generalmente considerati creativi: dunque, essi «possono essere quasi passati sotto silenzio in una storia dei problemi».[5]

Nel presente lavoro proponiamo l'analisi di alcune parti dell'opera di un pensatore originale ed acuto, la cui ricerca, pur appartenendo cronologicamente ad uno di tali periodi (quello relativo alla Logica classica moderna), appare fortemente innovativa ed assai stimolante.

**2.** Il matematico bolognese Pietro Mengoli (1625-1686) fu allievo di Bonaventura Cavalieri e, dopo essersi laureato in filosofia (1650) ed in diritto (1653) presso l'Università di Bologna, fu nominato lettore di Aritmetica, di Meccanica e di Matematica all'Ateneo bolognese, incarico che mantenne sino alla morte.[6]

Mengoli poté godere della stima di molti suoi contemporanei, tra i quali Oldenburg e Leibniz (come testimoniano, ad esempio, le lettere di Oldenburg a Leibniz del 3 febbraio 1673 e di Leibniz a Oldenburg del 16 aprile 1673 e del 14 maggio 1673)[7]. G. Loria sottolinea che a Mengoli «spetta un posto cospicuo fra i precursori di Newton e di Leibniz; alcuni anzi pensano che su questo egli abbia esercitata una qualche influenza; ciò che è certo è che alcune sue opere furono note al grande matematico tedesco»[8]. L'opera matematica di Pietro Mengoli fu però successivamente dimenticata, anche per lo stile spesso oscuro ed involuto e per la complicata simbologia talvolta introdotta;[9] un evidente malinteso, ad esempio, fu alla base dell'aspra critica riportata da E. Montucla nella celebre *Histoire des Mathématiques*,[10] dove si ritiene che il matematico bolognese abbia voluto cimentarsi in un'erronea quadratura del cerchio con l'uso esclusivo della riga e del compasso. Tale valutazione negativa è però chiaramente insostenibile, in quanto, nel proprio lavoro intitolato *Circolo*, Mengoli impostò il calcolo dell'area basandosi su considerazioni infinitesimali[11] (osserva L. Pepe che anche P. Riccardi, «solitamente scrupoloso, dimostra di aver scorso frettolosamente l'opera *Circolo*, dato che confonde una quadratura aritmetica del cerchio ivi descritta con una quadratura con riga e compasso»)[12].

L'opera matematica di Pietro Mengoli fu riscoperta e valorizzata soltanto nel XX secolo.[13] In particolare, furono esaminate a fondo le *Novae quadraturae arithmeticae* (1650) e la *Geometriae speciosae elementa* (1659) ed in tali lavori vennero evidenziate numerose intuizioni di notevole interesse storico sul calcolo di alcune aree, sulle serie numeriche e sui logaritmi.[14] Per quanto riguarda le serie numeriche convergenti considerate nel XVII secolo, ricordiamo ad esempio l'importante $a-\frac{a^2}{2}+\frac{a^3}{3}-\frac{a^4}{4}+...=\log_e(1+a)$, che talvolta viene oggi indicata come serie di Mercator:[15] la denominazione deriva dal fatto che essa fu esaminata da Nicolaus Mercator (1620-1687) nella *Logarithmotechnia* (1661), ma il fondamentale caso per $a$ = 1 era stato precedentemente trattato da Mengoli nella *Novae quadraturae arithmeticae*. Tale caso venne quindi ripreso, indipendentemente da Mengoli e da Mercator, anche da William Brouncker (1620?-1684), il quale pubblicava nel 1661 il risultato: $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{5\cdot 6}+...=\log_e 2$. Per quanto riguarda i fondamenti dell'Analisi matematica, icordiamo infine che nell'*Elementum tertium* della *Geometriae speciosae elementa* troviamo chiari riferimenti alla nozione di limite di una successione (uno dei concetti fondamentali per il moderno Calcolo infinitesimale, che sarà precisato, anche dal punto di vista formale, da Augustin-Louis Cauchy nel celebre *Cours d'Analyse Algebrique* del 1821).

Le ultime opere di Mengoli furono dedicate prevalentemente a questioni di Aritmetica, di Logica e di Metafisica; si tratta di *Arithmeticae rationalis elementa quatuor*, opera della quale la prima edizione bolognese risale al 1674 (nel 1675 una seconda edizione di tale trattato fu pubblicata a Francoforte): e di *Arithmetica realis*. La prima parte di questo complesso lavoro fu pubblicata nel 1675; il Ms. 1066 della Biblioteca Universitaria di Bologna contiene le parti non edite a stampa, ovvero: *Arithmeticae realis lectiones secundae* e *Arithmeticae realis decas tertia* (l'interpretazione di tale manoscritto appare comunque piuttosto difficoltosa)[16].

Se gli ultimi lavori di Pietro Mengoli non sono caratterizzati dai brillanti sviluppi tecnici che hanno reso famoso, ai giorni nostri, l'Autore nel campo delle questioni infinitesimali, è tuttavia opportuno sottolineare che molte idee espresse, peraltro talvolta in modo oscuro, dal matematico bolognese nell'*Arithmetica rationalis* e nell' *Arithmetica realis* sono contraddistinte da un'impostazione sorprendentemente moderna.

Già L. Pepe, esaminando l'*Elementus primus* di *Arithmeticae rationalis*, ha messo in evidenza che, in esso, «le definizioni, gli assiomi, i postulati, le quarantuno proposizioni ci si presentano quasi come una teoria degli insiemi ante litteram, traducibile letteralmente nel linguaggio matematico odierno»[17]. Anche in alcune parti di *Arithmetica realis* è inoltre possibile rilevare la presenza di interessanti intuizioni, dalle quali traspare la piena attualità del pensiero di

Mengoli: in particolare può essere evidenziata l'introduzione di una relazione che sembra anticipare l'ordine modernamente definito nell' *Algebra di Lindenbaum.*[18]

Nel paragrafo seguente preciseremo innanzitutto il significato della moderna terminologia a proposito delle Algebre di Lindenbaum, strutture ideate nel 1935 da A. Tarski e, indipendentemente, da A. Lindenbaum[19] Com'è noto, ad ogni insieme consistente I di proposizioni del primo ordine può essere associata un'Algebra di Boole B(I) che consente di esplorare efficacemente le proprietà di tale insieme di proposizioni nell'àmbito della Teoria dei Modelli nel modo che descriveremo. Anticipiamo che la struttura B(I) ottenuta dipenderà dalla deducibilità da I di alcune formule; se sceglieremo I = ∅ (l'insieme vuoto è infatti un insieme consistente di proposizioni), la struttura dipenderà dalla provabilità delle formule considerate.[20]

**3.** Consideriamo, modernamente, una teoria formale assiomatica L. Innanzitutto si dimostra direttamente che la relazione R che sussiste fra le formule del linguaggio del primo ordine $A$ e $B$ se e soltanto se $\vdash_L A \leftrightarrow B$ è una relazione di equivalenza.

Posto inoltre:

$[A]\cup[B]$ per $[A\vee B]$

$[A]\cap[B]$ per $[A\wedge B]$

$\overline{[A]}$ per $[\neg A]$

si dimostra che le classi di equivalenza della relazione R costituiscono un'Algebra di Boole rispetto alle operazioni di unione, di intersezione e di complementazione: l'elemento 1 di L* è la classe di equivalenza costituita da tutte e soltanto le tautologie; l'elemento 0 di L* è la classe di equivalenza costituita da tutte e soltanto le negazioni di tautologie (ossia le contraddizioni). Essa è denominata *Algebra di Lindenbaum* determinata da L e viene usualmente indicata con il simbolo L*.[21]

Introduciamo ora la relazione *precede* (che modernamente può essere indicata con il simbolo ≤):

se (e solo se) $\vdash_L A\rightarrow B$ scriveremo: $[A] \le [B]$ in L*

se (e solo se) $\vdash_L A\leftrightarrow B$ scriveremo: $[A] = [B]$ in L*

Tale relazione è una relazione di ordine largo, in quanto è immediato verificare che essa gode delle proprietà seguenti:

*proprietà riflessiva*: si prova che per ogni $A$: $[A] \le [A]$. Infatti: $\vdash_L A\rightarrow A$;

*proprietà antisimmetrica*: si prova che per ogni $A$ e per ogni $B$, da $[A] \leq [B]$ e da $[B] \leq [A]$ segue: $[A] = [A]$. Infatti: da $\vdash_{\mathrm{L}} A \to B$ e da $\vdash_{\mathrm{L}} B \to A$ segue: $\vdash_{\mathrm{L}} A \leftrightarrow B$;

*proprietà transitiva*: si prova che per ogni $A$, per ogni $B$ e per ogni $C$, da $[A] \leq [B]$ e da $[B] \leq [C]$ segue: $[A] \leq [C]$. Infatti: da $\vdash_{\mathrm{L}} A \to B$ e da $\vdash_{\mathrm{L}} B \to C$ segue: $\vdash_{\mathrm{L}} A \to C$.

Non sarà forse inutile osservare sin d'ora che la descritta considerazione di un'Algebra di Lindenbaum è chiaramente caratterizzata da una forte componente astratta, impronta per molti versi estranea alla ricerca matematica e logica del XVII secolo.

**4.** Pur senza nascondere le obiettive difficoltà interpretative dell'*Arithmetica realis* (a proposito della parte manoscritta, M. Matteuzzi osserva che «i manoscritti si presentano ancor più brachilogici del testo edito»)[22], proponiamo una moderna lettura di alcune sue parti.

In particolare, anticipiamo che, se con $p$, $q$ si indicano due proposizioni, il matematico bolognese propose esplicitamente l'introduzione di una relazione d'ordine (denominata «*ordo*») con la terminologia seguente (nella colonna a sinistra sono indicati i riferimenti alla numerazione delle sezioni dell'opera originale; nella colonna a destra è riportata l'interpretazione in termini moderni delle relazioni originariamente introdotte da Mengoli):

| *Presenza di relazione «ordo» tra p e q* | |
|---|---|
| ***p* «prius» *q*** (term. 18-19) | $q \to p$ e non viceversa |
| ***p* «posterius» *q*** (term. 18-20) | $p \to q$ e non viceversa |
| *Assenza di relazione «ordo» tra p e q* | |
| ***p* «simul» *q*** (term. 16) | gli enunciati sono equivalenti |
| ***p* «confusa» *q*** (term. 17) | gli enunciati non sono confrontabili dal punto di vista dell'implicazione |

Interpretiamo infatti innanzitutto i termini *hoc*, *illud* utilizzati in Mengoli come proposizioni; nel seguito indicheremo dunque tali termini con $p$, $q$; inoltre il termine *quia* può essere fatto corrispondere all'inversa della moderna implicazione logica; dunque: *hoc* ($q$) *quia illud* ($p$) corrisponderà, in notazione moderna, a: $p \to q$.

Indicheremo, usualmente, la negazione con il simbolo $\neg$, la congiunzione con $\wedge$, la disgiunzione con $\vee$ e la doppia implicazione con $\leftrightarrow$.

Nei *Termines* e negli *Apices* quinto e sesto dell'*Arithmetica realis* troviamo le seguenti definizioni:

**Definizione di *simul***

*16. Simul dicuntur... hoc, & illud quorum hoc, quia illud, & quia hoc, illud.*

Pertanto la scrittura: *p simul q* può essere modernamente espressa dalla doppia implicazione: $p \leftrightarrow q$.

**Definizione di *confusa***

*17. Confusa dicuntur... hoc, & illud: quorum hoc, non quia illud; & non quia hoc, illud.*

Dunque la scrittura: *p confusa* con *q* sta per: $\neg(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow p)$.

**Definizione di *prius***

*18. Prius, & posterius dicuntur, quae nec simul, nec sunt confusa.*

*19. Prius dicitur hoc, quam illud... hoc, non quia illud; non quia hoc, illud.*

Dunque l'espressione: *p precede (prius) q* sta per: $q \rightarrow p \wedge \neg(p \rightarrow q)$.

Quanto ora osservato porta a concludere che, in base alle stesse definizioni fornite, la relazione d'ordine definita da Mengoli nell' *Arithmetica Realis* (che, come vedremo, corrisponde ad una moderna relazione di ordine stretto) viene ad essere la relazione duale della relazione d'ordine (largo) definita modernamente in un'Algebra di Lindenbaum.

Con modalità analoghe, all'espressione che abbiamo ora tradotto con «precede» viene subito affiancata un'espressione che tradurremo con «segue»:

**Definizione di *posterius***

*20. Posterius dicitur hoc, quam illud... hoc, non quia illud; quia hoc, illud.*

Dunque l'espressione: *p segue (posterius) q* sta per: $p \rightarrow q \wedge \neg(q \rightarrow p)$

**Definizione di *ordo***

*21. Ordo dicitur prioris, & posterioris.*

Indicheremo nel seguito la relazione *ordo* con il simbolo ɒ (che dunque equivale al moderno simbolo ">").

**Definizione di *ordinata***

*24. Ordinata dicuntur prius & posterior.*

Osserviamo che Mengoli opera una chiara distinzione formale tra *ordo* ed *ordinata*: con *ordo* viene indicata la relazione, mentre il termine *ordinata* è riferito agli elementi che stanno in relazione. Ad esempio, se gli elementi $p$, $q$ sono *ordinata*, *ordo* viene ad essere la coppia ordinata $(p, q)$.

Come anticipato nella tabella sopra proposta, due enunciati *simul* sono inconfrontabili, come due enunciati *confusa*: in entrambi i casi non si ha un ordine. Leggiamo ad esempio:

*178. Ordo non est simul cum priore ordinatorum.*

*182. Ordo non est simul cum posteriore ordinatorum.*

*183. Ordo, & ordinata non sunt confusa.*

Tuttavia è importante sottolineare, come precedentemente anticipato, che due enunciati *simul* non sono *confusa*: la prima situazione è infatti riferita a due enunciati logicamente equivalenti, la seconda a due enunciati che non si implicano in alcun verso; tale distinzione, sottile per quanto elementare, appare particolarmente apprezzabile nel contesto della trattazione mengoliana e può essere indirettamente collegata, ad esempio, alla moderna considerazione di ordinamenti totali e di ordinamenti parziali.[23]

**5.** Nell'opera di Mengoli troviamo quindi numerosi approfondimenti collegati alle relazioni introdotte: in particolare, l'esplicita verifica di alcune proprietà di tali relazioni consente una loro moderna classificazione.

Dopo avere definito primo, ultimo, secondo e penultimo elemento di un ordine, l'Autore prova che per ogni ordine esiste uno ed un solo elemento che sia primo, uno secondo, uno ultimo ed uno penultimo. Viene inoltre rilevato che il primo elemento e l'ultimo elemento di un ordine sono sempre distinti.

*188. Cuiusque ordinis primum & ultimum non sunt simul.*

Vengono quindi precisate alcune proprietà della relazione "simul" e della relazione d'ordine indicata da $\mathtt{p}$; osserviamo sin d'ora che una completa interpretazione moderna delle relazioni considerate da Mengoli richiederebbe la verifica esplicita di alcune proprietà che nel testo originale non sono trattate o sono soltanto sottintese.

Nell'*Apex* settimo, Mengoli indica quindi le proprietà della relazione *simul*; egli dimostra esplicitamente la proprietà transitiva, così enunciata:

*199. Quae sunt simul uni, sunt simul inter se.*

L'Autore però non si occupa mai della proprietà riflessiva (non ritenendo, probabilmente, significativo sottolineare che un enunciato qualsiasi risulta equivalente a se stesso), mentre la proprietà simmetrica della relazione considerata viene ritenuta come implicitamente assegnata nella stessa definizione di *simul*. Precisato ciò, la relazione *simul* può modernamente essere interpretata alla stregua di una relazione di equivalenza.

Riassumiamo nella tabella seguente quanto rilevato:

| *Analisi della relazione «simul» tra p e q* | |
|---|---|
| ***p* «simul» *p***<br>(non presente nell'*Arithmetica realis*) | $p \leftrightarrow p$ (proprietà riflessiva):<br>non esplicitamente considerata |
| **da *p* «simul» *q* segue: *q* «simul» *p***<br>(term. 16) | da $p \leftrightarrow q$ segue: $p \leftrightarrow q$<br>(proprietà simmetrica):<br>considerata implicitamente nella definizione di "simul" |
| **da *p* «simul» *q* e da *q* «simul» *r* segue: «*p* simul» *r*** (term. 199) | da ($p \leftrightarrow q \wedge p \leftrightarrow q$) segue: $p \leftrightarrow q$<br>(proprietà transitiva):<br>dimostrata esplicitamente |
| *La relazione «simul» è di equivalenza*<br>*(pur non essendo esplicitamente verificata la proprietà transitiva)* | |

Mengoli quindi dimostra che la relazione d'ordine indicata da $\mathsf{p}$ è ben definita rispetto alla relazione *simul*:

*200. Quae sunt simul, ad aliud pariter priora sunt.*

*201. Quae sunt simul, ad aliud pariter posteriora sunt.*

Per quanto riguarda la relazione d'ordine, le sue proprietà vengono espresse dai seguenti termini:

*202. Prior priore, prior etiam est posteriore.*

*203. Posterior posteriore, posterior etiam est priore.*

Mengoli afferma dunque che da $p\,\mathsf{p}\,q$ e da $q\,\mathsf{p}\,r$ segue: $p\,\mathsf{p}\,r$ e con ciò egli esprime direttamente la proprietà transitiva della relazione considerata. Si osservi che, non valendo la proprietà riflessiva bensì la proprietà antiriflessiva (ciò è implicitamente ma chiaramente espresso nelle stesse definizioni di «prius» e di «posterius», precedentemente esaminate), la relazione d'ordine indicata da $\mathsf{p}$ deve essere interpretata come una relazione di ordine *stretto*.

Come sopra accennato, in ciò possiamo evidenziare una sostanziale differenza tra la relazione introdotta da Mengoli e quella, di ordine *largo*, modernamente presente nelle Algebre di Lindenbaum: tale differenza non appare tuttavia essenziale, essendo possibile ripristinare l'analogia mediante la considerazione della relazione duale.

Riassumiamo nella tabella seguente quanto rilevato:

<table>
<tr><td colspan="2"><u>Analisi della relazione «ordo» tra p e q</u></td></tr>
<tr><td>non accade che: p p p (term. 19-20)</td><td>¬(p→p) (proprietà antiriflessiva): considerata implicitamente nelle definizioni di «prius» e di «posterius»</td></tr>
<tr><td>da p p q e da q p r segue: p p r<br>(term. 202-203)</td><td>da (p→q ∧ q→r) segue: p→r<br>(proprietà transitiva):<br>dimostrata esplicitamente</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>La relazione «ordo» è di ordine stretto</u></td></tr>
</table>

Due enunciati aventi lo stesso valore di verità vengono indicati con il termine *unum*;[24] nel termine *22* dell'*Apex* sesto due enunciati che siano *unum* e che si biimplichino vengono definiti *eadem*:

**Definizione di *eadem***

*22. Quae unum sunt, & simul sunt, dicuntur eadem.*

Appare chiaro che anche *eadem* può essere modernamente considerata una relazione di equivalenza (seppure con le precisazioni precedentemente segnalate per *simul* per quanto riguarda le proprietà riflessiva e simmetrica, non espresse esplicitamente); anche per quest'ultima relazione viene inoltre provato che l'ordine stretto p è ben definito rispetto ad essa; non c'è relazione d'ordine tra due enunciati che siano *eadem*:

*204. Eorum, quae sunt eadem nullum ordo est.*

L'analogia tra *simul* ed *eadem* appare dunque del tutto evidente, tanto che non risulta chiara, nell'intera struttura dell'opera di Mengoli, l'eventuale distinzione presente tra le due relazioni ora considerate (in nessun passo dell'opera tali relazioni vengono confrontate o, comunque, considerate contemporaneamente).

**6.** Anche gli *Apices* ottavo e nono sono interpretabili con molta difficoltà: vengono considerati i diversi ordinamenti possibili tra tre elementi distinti ed in ciò potrebbe essere rilevato un tentativo di distinguere tra le nozioni moderne di ordine e di ordine parziale.[25]

A tratti più chiara sembra invece essere l'interessante distinzione operata tra *ordo mediatus* ed *ordo immediatus*; in particolare, si ha un *ordo immediatus* tra $p$ e $q$ quando:

$p \,\mathsf{p}\, q$ e non esiste alcun $r$ tale che $p \,\mathsf{p}\, r \,\mathsf{p}\, q$.

(si osservi che proprio l'assenza della proprietà riflessiva per la relazione d'ordine mengoliana rende possibile evitare di specificare che l'enunciato $r$ deve essere distinto da $p$ e da $q$ affinché la definizione data risulti non banale).

L'*ordo immediatus* mengoliano si potrebbe pertanto intendere come un'anticipazione della nozione moderna di copertura dei reticoli (dove $a$ copre $b$ sta per: $a>b$ e non esiste $c$ tale che $a>c>b$). Nell'*Apex* nono viene specificato inoltre che un *ordo mediatus* e un *ordo immediatus* non si biimplicano:

*233. Mediatus ordo, & immediatus ordo non sunt idem ordo.*

**7.** L'*Arithmetica realis* di Pietro Mengoli è dunque un'opera interessante e stimolante anche per il lettore moderno: alcune sue parti, peraltro espresse in termini spesso di difficile interpretazione, rivelano intuizioni certamente degne di nota per la valutazione della storia della Matematica e della Logica in Italia nel XVII secolo.

Abbiamo sopra rilevato che la relazione *simul* introdotta da Mengoli corrisponde alla relazione di equivalenza che sussiste fra $A$ e $B$ se e solo se $\vdash_L A \leftrightarrow B$. La relazione *ordo* introdotta da Mengoli è una relazione d'ordine stretto che risulta duale della relazione di ordine largo *precede* presente in un'Algebra di Lindenbaum. Il matematico bolognese, già apprezzato per le sue geniali anticipazioni nel campo dell'Analisi e della Logica formale, si conferma dunque pensatore originale e dotato di un intuito particolarmente brillante; peraltro ribadiamo che il linguaggio impiegato nell'*Arithmetica realis* non sempre risulta chiaro: anche per questo, dunque, le intuizione presenti nell'*Arithmetica realis* non furono considerate dalla comunità scientifica del XVII secolo, ma furono idealmente riprese soltanto dalla ricerca logica del XX secolo. E proprio questa situazione contribuisce ad accorpare la figura di Pietro Mengoli ad un periodo della storia della Logica, quello della Logica classica moderna, tradizionalmente considerato non creativo (ad uno di quei periodi, come abbiamo precedentemente ricordato, che «possono essere quasi passati sotto silenzio in una storia dei problemi»)[26].

Ulteriori approfondimenti potranno essere sviluppati proprio nel senso indicato da queste ultime osservazioni: molte delle parti mai pubblicate a stampa dell'opera di Mengoli richiedono infatti una moderna rilettura e le stesse connessioni tra la Logica e la Teoria dei Numeri che sembrano caratterizzare molte parti della ricerca del matematico bolognese attendono ancora una moderna reinterpretazione.

*L'Autore ringrazia vivamente il Prof. Bruno D'Amore dell'Università di Bologna e la Prof. Laura Giovannoni di Mantova per la generosa collaborazione.*

## Note

[1] U. ECO, *La ricerca della lingua perfetta*, Laterza, Bari-Roma, 1993, p. 359.

[2] Citiamo appena una *summa* delle ricerche tendenti a risalire ad una lingua primitiva o ad ottenerne una universale: ECO, *La ricerca della lingua perfetta*.

[3] J. M. BOCHENSKI, *La Logica formale*, Einaudi, Torino, 1972, p. 24.

[4] N. I. STJAZKIN, *Storia della Logica*, Editori Riuniti, Roma, 1980, p. 291.

[5] BOCHENSKI, *La Logica formale*, p. 25.

[6] E. BORTOLOTTI, *La storia della Matematica nella Università di Bologna*, Zanichelli, Bologna, 1947, p. 98-101 e 137-139.

[7] Le lettere sono citate in: M. MATTEUZZI, *Pietro Mengoli e l'Algebra della Logica*, "Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna", Classe di Scienze Morali, 74, LXXVII (1979), p. 24-38, p. 25.

[8] G. LORIA, *La storia delle matematiche*, Hoepli, Milano, 1950, p. 526.

[9] LORIA, *La storia delle matematiche*, p. 525.

[10] J. E. MONTUCLA, *Histoire des Mathématiques*, Agasse, Paris, 1799.

[11] Si veda: MATTEUZZI, *Pietro Mengoli e l'Algebra della Logica*.

[12] L. PEPE, *L'elemento primo dell'«Aritmetica razionale» di Pietro Mengoli*, "Bollettino Unione Matematica Italiana", 5, 16-A (1979), p. 201-209, p. 203, dove si fa riferimento alla fondamentale rassegna bibliografica: P. RICCARDI, *Biblioteca matematica italiana*, Gorlich, Milano, 1952.

[13] Per un'ampia presentazione delle principali ricerche storiche si veda ad esempio: PEPE, *L'elemento primo*.

[14] Indichiamo gli studî specifici: G. ENESTRÖM, *Zur Geschichte der unendlichen Reihen in die mitte des siebzehnten Jahrhunderte*, "Biblioteca Matematica" III, 12 (1912), p. 135-148; G. VACCA, *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*, "Atti dell'Accademia Nazionale dei Lincei", Classe di Scienze Fisiche, Matematiche, Naturali, 24 (1915), p. 508-513 e p. 617-620; A. AGOSTINI, *Rileggendo la «Geometria speciosa» di Pietro Mengoli*, "Periodico di Matematiche", 4, 20 (1940), p. 313-327; A. AGOSTINI, *Le serie sommate da Pietro Mengoli*, "Bollettino Unione Matematica Italiana", 2, 3 (1941), p. 231-249.

[15] LORIA, *La storia delle matematiche*, p. 529.

[16] MATTEUZZI, *Pietro Mengoli e l'Algebra della Logica*; G. T. BAGNI-L. GIOVANNONI, *Tracce di un'Algebra di Lindenbaum in una relazione d'or-*

*dine introdotta nell'Arithmetica realis di Pietro Mengoli*, 'La Matematica e la sua didattica", 2 (1998), p. 214-220.

[17] PEPE, *L'elemento primo*, p. 202.

[18] BAGNI-GIOVANNONI, *Tracce di un'Algebra di Lindenbaum*.

[19] J. BELL-M. MACHOVER, *A course in Mathematical Logic*, North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford, 1977, p. 225.

[20] BELL-MACHOVER, *A course in Mathematical Logic*, p. 191.

[21] Per una moderna trattazione teorica delle Algebre di Lindenbaum segnaliamo ad esempio: C. C. CHANG-H. J. KEISLER, *Model Theory*, North-Holland Publisher Company, Amsterdam-London, 1973, p. 47 e p. 73; BELL-MACHOVER, *A course in Mathematical Logic*, p. 191-202.

[22] MATTEUZZI, *Pietro Mengoli e l'Algebra della Logica*, p. 30.

[23] Si veda: BAGNI-GIOVANNONI, *Tracce di un'Algebra di Lindenbaum*.

[24] MATTEUZZI, *Pietro Mengoli e l'Algebra della Logica*, p. 34.

[25] BAGNI-GIOVANNONI, *Tracce di un'Algebra di Lindenbaum*, p. 219.

[26] BOCHENSKI, *La Logica formale*, p. 25. Si veda inoltre: W. HANF, *The Boolean Algebra of Logic*, "American Mathematical Society" 31 (1975), p. 587-589.