Progetto Alice, 24, 391–402 (2008)

Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) a centocinquant'anni dalla scomparsa

Giorgio T. Bagni
Caterina Vicentini

Riassunto Augustin-Louis Cauchy morì nel 1857, 150 anni fa, ed è considerato uno dei più importanti matematici del XIX secolo. La sua opera matematica è caratterizzata da una profonda ricerca di un approccio rigoroso ai concetti del Calcolo infinitesimale. Dai punti di vista sia storico che didattico, un corretto approccio ermeneutico (basato, ad esempio, sulle riflessioni di Gadamer) può essere molto utile per interpretare, ai giorni nostri, le ricerche di Cauchy.

Abstract Augustin-Louis Cauchy died in 1857, 150 years ago, and he is considered one of the most important mathematicians of the 19^{th} century. His mathematical work is characterized by a deep research of a rigorous approach to the concepts of the Calculus. Both from an historical and from an educational points of view, a correct hermeneutic approach (based, for instance, upon Gadamer's work) can be very useful in order to interpret, nowadays, Cauchy's research.

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Udine
Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Università di Udine

La vita tormentata di un matematico monarchico
(a cura di C. Vicentini)

Augustin-Louis Cauchy nasce a Parigi il 21 Agosto 1789, a distanza di poco più di un mese dalla storica data della presa del carcere della Bastiglia da parte degli insorti che dà inizio alla Rivoluzione Francese (14 Luglio 1789). Il padre di Augustin-Louis, Louis François Cauchy, è collaboratore strettissimo del luogotenente generale della polizia di Luigi XVI di Borbone. Dopo la presa della Bastiglia quest'ultimo scappa in Inghilterra e la famiglia Cauchy riesce a vivere, non senza difficoltà, a Parigi per qualche tempo. In seguito è costretta a rifugiarsi ad Arcueil (attualmente a metà strada fra il centro di Parigi e l'aeroporto di Orly).

La vita di Augustin-Louis comincia quindi in modo tutt'altro che facile: i Cauchy vivono un periodo di privazioni materiali e di paura per la loro incolumità che segnerà per sempre Augustin-Louis, sia fisicamente che psicologicamente, rendendolo malaticcio a causa della malnutrizione patita nei primi anni di vita e avverso a qualsiasi movimento rivoluzionario o idea che politicamente lo discosti dalla fedeltà ostinata alla famiglia borbonica nonché ad una fortissima religiosità di matrice cattolica. Nel 1794, Robespierre viene ghigliottinato e la famiglia Cauchy rientra a Parigi. Il padre dimostra grandi doti di adattamento e ad ogni cambio di regime saprà ottenere delle promozioni: sotto il consolato di Napoleone Bonaparte, viene nominato archivista al Senato, posto che conserverà, nonostante i vari cambiamenti politico-istituzionali che interverranno, fino al 1830.

Augustin-Louis dimostra fin da piccolo una propensione eccezionale per lo studio (Belhoste, 1990 e 1991; Mahwin, 1995; Valson, 1968). Si aggiudica tutti i premi in lingue antiche della Scuola centrale del Pantheon che frequenta a partire dal 1802; ma nonostante i successi letterari, rompe la tradizione famigliare ed entra all'École Polytechnique abbracciando così gli studi di Ingegneria. Al politecnico diventa membro attivo della Congregation de la Sainte Vierge, un'associazione fondata nel 1801 dal padre gesuita Bourdier-Delpuits per organizzare incontri di preghiera, che si dà in seguito l'obiettivo di lottare contro l'irreligiosità dei tempi attraverso l'infiltrazione nelle istituzioni che contano. Dopo l'École Polytechnique Augustin-Louis è ammesso alla Scuola di Ingegneria Civile (l'Ecole des ponts-et-chaussées): riporta ovunque successi brillanti. Consegue nel 1809 il grado d'ingegnere e l'anno seguente ottiene un posto nel porto di Cherbourg per contribuire ai lavori di fortificazione voluti da Napoleone. Con l'ardore e lo zelo che portava in ogni compito, Cauchy si fa subito apprezzare per le qualità tecniche, ma il suo interesse più vivo si volge presto alla scienza pura, che coltiva inizialmente nelle ore sottratte al riposo. Nel 1813 lascia il posto di Cherbourg per ritornare a Parigi. Alcuni lavori sui poliedri, sulla teoria delle sostituzioni, sugli integrali doppi, e una memoria premiata dall'Académie des Sciences, sulla teoria delle onde, richiamano ben presto l'attenzione degli adetti ai lavori sul giovane brillante matematico, che però non riesce ad ottenere, nonostante i ripetuti tentativi, né una cattedra, né l'elezione all'Académie des Sciences. Solo dopo la restaurazione, durante il regno di Luigi XVIII di Borbone, fratello di Luigi XVI, Cauchy verrà chiamato a insegnare direttamente dal governatore all'École Politechnique e nominato membro dell'Académie des Sciences con ordinanza regia. Nel 1817 è chiamato anche al Collége de France e successivamente insegnerà anche alla Sorbona.

Il padre combina per Augustin-Louis il matrimonio con Luise de Bure che sarà celebrato nel 1818, e siglato da Luigi XVIII in persona. Luise è la rampolla di una celebre dinastia di editori-librari parigini; da Luise il nostro avrà due figlie, Alicia e Mathilde.

Cauchy suddivide in questo periodo la sua straordinaria energia tra la ricerca matematica, la Congregation e l'insegnamento all'École Polytechnique, che prende molto sul serio: ne approfitta per ripensare i fondamenti dell'Analisi matematica e poggiarli sistematicamente e solidamente sull'idea di limite di cui precisa il senso. I suoi sforzi sono purtroppo poco apprezzati, tanto che il giovane professore deve continuamente lottare contro le reazioni negative dei Conseils de l'Instruction et de Perfectionnement dell'École Polythechnique. Nel 1821, al termine di una lezione prolungatasi ben oltre l'orario stabilito, Cauchy viene fischiato da cinque o sei studenti, il Direttore fa un rapporto sull'incidente piuttosto sfavorevole al professore, ma il Ministero stima che i fischi siano più che altro una manifestazione politica contro le convinzioni ultrarealiste dell'insegnante. La pubblicazione del corso di Analisi, più volte sollecitata dal Conseil d'Instruction, viene progressivamente assicurata da Augustin Louis. Il *Cours d'analyse algebrique* esce nel 1821, i *Résumés des leçons sur le calcul infinitésimal*, nel 1823, le *Applications du Calcul Infinitesimal à la Géometrie,* tra il 1826 e il 1828, e le *Leçons de Calcul Différentiel* nel 1829, tutti pubblicati dall'editore De Bure. Queste opere sono considerate i modelli di tutti i trattati di analisi moderni.

Nel 1824 muore Luigi XVIII di Borbone e il trono passa al fratello Carlo X, il quale non sarà un sovrano altrettanto illuminato e verrà deposto in seguito alla rivoluzione del Luglio 1830. La casa regnante borbonica è costretta all'esilio e, prima della partenza per l'Inghilterra, Carlo X e suo figlio, il duca di Angouleme, abdicano in favore del nipote di entrambi, duca di Bordeaux, ancora minorenne, nato già orfano di padre in quanto figlio del secondogenito di Carlo X, morto assassinato, e di Maria Carolina de Berry.

A Carlo X succede al trono francese Luigi Filippo di Orléans che pretende nelle istituzioni pubbliche un giuramento di fedeltà alla corona: ma Cauchy si rifiuta di prestare giuramento e viene così rimosso dalla cattedra. Abbandona volontariamente la Francia, riparando a Friburgo in Svizzera, dove lo raggiunge nel 1831 l'invito del re di Sardegna Carlo Alberto a recarsi a Torino per assumere la cattedra di Fisica Sublime.

Nel 1833 viene chiamato a Praga da Carlo X di Borbone in esilio con il compito di provvedere all'educazione scientifica del duca di Bordeaux, presunto erede del trono di Francia che avrebbe assunto con il nome di Enrico V (ma la cosa non si avverò mai). Il senso di questa chiamata deve essere collocato nella disputa fra Carlo X e la nuora Maria Carolina de Berry riguardo l'educazione di Enrico V, disputa che attraversa tutto il partito dei legittimisti borbonici. La madre, cui Carlo X ha sottratto la reggenza per avocarla a sé, vorrebbe che il figlio avesse un'educazione più aperta alle idee libertarie introdotte dalla rivoluzione francese in quanto ambisce ad essere un giorno la madre dell'effettivo re di Francia; mentre Carlo X finisce con il restare arroccato sui principi dell'Ancien Régime e ad affidarsi alla Provvidenza quanto alla effettiva riappropriazione del trono da parte dei Borboni, e rivendica per il nipote una educazione fedele ai propri principi. In questo quadro si capisce come mai Cauchy, che non ha una buona fama come insegnante e pedagogo, venga invitato a fare da precettore a Enrico V. Non si tratta solo di insegnare le scienze, ma di farlo in un quadro di profondi principi cattolici e non da scienziati figli dell'illuminismo.

Fedele ai suoi sentimenti di legittimista borbonico, Cauchy non esita a lasciare la residenza di Torino, dove può dedicarsi interamente alla scienza, per assumere il nuovo delicato ufficio che assorbe buona parte del suo tempo. Per cinque lunghi anni Cauchy seguirà il suo allievo nelle peregrinazioni dell'esilio e tenterà di insegnare al duca di Bordeaux che nel frattempo ha assunto anche il titolo di conte di Chambord, i rudimenti della matematica delle scienze. Le capacità pedagogiche del precettore sono discutibili, ma la sua pazienza è eroica. Sembra che il principe gli giocasse dei tiri mancini che andavano ben oltre i limiti del semplice scherzo. Dopo che la famiglia l'ebbe raggiunto a Praga, Cauchy seguì la corte borbonica in esilio a Teplitz, Budweitz, Kirchberg e Gorizia, dove arrivò nell'ottobre del 1836 e dove assistette alla morte di Carlo X (Bader, 1995; Juznic, 2005).

Nell'ottobre 1838 Enrico V compie 18 anni e il compito di Augustin-Louis termina. Cauchy, che ha quasi 50 anni, rientra a Parigi con la propria famiglia e con un titolo di barone che i Borboni gli hanno conferito per riconoscenza, titolo al quale il matematico attribuisce particolare importanza. Gli vengono offerti insegnamenti ed incarichi, tra i quali un posto nel Bureau des Longitudes, ma la sua riluttanza a prestare il giuramento richiesto lo tiene lontano da ogni ufficio pubblico fino all'avvento della Seconda Repubblica nel 1848, quando la pratica del giuramento viene soppressa. Frequenta solo l'Académie des Sciences, dove ogni settimana porta qualche comunicazione. Nel 1849 viene nominato Professore di Astronomia Matematica alla Facoltà di Scienze di Parigi; nel 1852 Napoleone III imperatore ripristina il giuramento, ma dopo un po' di tempo ne esonera Cauchy e Arago. Cauchy può così riprendere l'insegnamento di fisica matematica alla facoltà di scienze e lo terrà fino alla morte, avvenuta il 23 Maggio 1857.

L'opera matematica di Cauchy e la questione del rigore
(a cura di G.T. Bagni e C. Vicentini)

"Cauchy è matto" ma è il solo "che sa come bisogna fare della matematica" ed è "l'unico che oggigiorno faccia della matematica pura" (cit. in Bottazzini, 1990, p. 86): queste parole del giovane ed entusiasta Niels Henrik Abel (1802-1829) introducono in modo forse irriverente, ma certamente stimolante, il pensiero di uno dei grandi protagonisti della storia della matematica.

L'opera di Augustin-Louis Cauchy è copiosa e molto vasta, estendendosi a tutti i rami di matematiche pure ed applicate. Dovunque si trovasse infatti, Cauchy continuò a produrre un tal numero di libri e memorie da essere secondo soltanto a Eulero (Dieudonné, 1989, p. 210). La pubblicazione delle opere complete da parte dell'editore Gauthier-Villars, iniziata nel 1882, è terminata solo nel 1974: comprende 27 volumi che contengono più di 13000 pagine. I più importanti lavori matematici di Cauchy furono il *Cours d'Analyse algébrique* (Parigi, 1821), le *Leçons sur le applications du calcul infinitésimal à la géométrie* (Parigi, 1826), gli *Exercises de mathématique* (Parigi, 1826) e gli *Exercises d'Analyse et de Phisique mathématique* (Parigi, 1841-1844). Si occupò a fondo anche di meccanica e di ottica; nutrì una passione profonda per la poesia.

L'importanza delle opere analitiche di Cauchy è duplice: sostanziale e formale. In esse, infatti, troviamo molte definizioni e dimostrazioni finalmente considerate, con riferimento alla sensibilità matematica del XIX secolo, pienamente "rigorose". Proprio la continua tensione verso livelli sempre maggiori di "rigore" deve essere considerata, storicamente, una delle più interessanti caratteristiche del pensiero del grande matematico francese.

Riportiamo alcune parole dello stesso Cauchy:

> "Quanto ai metodi, ho cercato di dar loro tutto il rigore che si esige in geometria, in modo da non ricorrere mai a dei ragionamenti tratti dalla generalità dell'algebra. Ragionamenti di questo tipo, benché ammessi abbastanza comunemente, soprattutto nel passaggio dalle serie convergenti alle serie divergenti e dalle quantità reali alle espressioni immaginarie, non possono essere considerati, mi sembra, che come delle induzioni adatte a far talvolta presentire la verità, ma che poco s'accordano con l'esattezza tanto vantata delle scienze matematiche" (trad. in: Bottazzini, Freguglia & Toti Rigatelli, 1992, p. 326).

Il progetto culturale di Cauchy, dunque, appare molto chiaro. Egli voleva svincolare l'analisi dai procedimenti (talvolta non del tutto giustificati, talvolta nettamente scorretti) derivanti dall'applicazione teoricamente non fondata di metodi di comodo, spesso riferiti a tecniche algebriche estese impropriamente a situazioni analitiche; essi avevano infatti l'unico scopo di giustificare risultati magari solo empiricamente verificati ovvero praticamente utili (Grabiner, 1981). Cauchy avvertiva invece la necessità pressante di fondare tutti i concetti analitici su fondazioni precise. Le definizioni di limite e di infinitesimo, ad esempio, si trovano alla p. 4 del *Cours d'analyse*:

> "Allorché i valori successivamente assunti da una stessa variabile si avvicinano indefinitamente a un valore fissato, in modo da finire per differirne di tanto poco quanto si vorrà, quest'ultimo è chiamato il *limite* di tutti gli altri. Così, per esempio, un numero irrazionale è il limite delle diverse frazioni che ne forniscono valori sempre più approssimati. In geometria, la superficie di un cerchio è il limite verso il quale convergono le superfici dei poligoni iscritti, mentre il numero dei loro lati cresce sempre di più, ecc. Allorché i successivi valori numerici [ovvero i valori assoluti] di una stessa variabile decrescono indefinitamente in modo da diventare minori di ogni numero dato, questa variabile diviene ciò che si chiama *infinitesimo* o una quantità *infinitesima*. Una variabile di questa specie ha zero come limite" (trad. in: Bottazzini, Freguglia & Toti Rigatelli, 1992, pp. 327-328; si veda inoltre: Bagni, 2005).

L'opera analitica di Cauchy è della massima importanza anche perché in essa troviamo una robusta sistemazione teorica di alcune nozioni geometriche (alle quali successivamente erano state applicate le nuove tecniche analitiche) introdotti a partire dalla fine del XVII secolo in termini intuitivi. Scrive ad esempio Morris Kline:

> "Le nozioni di area limitata da una curva, di lunghezza di una curva, di volume limitato da una superficie e di area di una superficie erano state accettate nel modo in cui venivano intese intuitivamente, e veniva considerata una delle massime realizzazioni del calcolo infinitesimale il fatto che queste quantità potessero essere calcolate mediante gli integrali. Cauchy invece, mantenendo fermo il suo obiettivo di aritmetizzare l'analisi, *definì* queste quantità geometriche mediante gli integrali che erano stati formulati per calcolarle" (Kline, 1991, II, p. 1118).

Possiamo ora domandarci: qual è l'eredità di Cauchy per i matematici, e segnatamente per gli insegnanti e gli studenti, dei giorni nostri? Per cercare di dare una risposta dovremo introdurre alcune considerazioni sull'uso della storia della matematica, con particolare riferimento all'ambito didattico.

Storia della matematica e rigore: un approccio ermeneutico
(a cura di G.T. Bagni)

Riprendiamo le definizioni di limite e di infinitesimo date da Cauchy nel *Cours d'analyse*, poco fa riportate, e chiediamoci: si tratta di definizioni "assolutamente rigorose"? Forse no, se esaminate alla luce della sensibilità matematica dei nostri giorni. Ma questa prima risposta appare troppo semplice per poter essere considerata soddisfacente. Ci sono infatti alcune osservazioni importanti che meritano di essere segnalate e discusse:

- Dal punto di vista della ricostruzione storica, il confronto con la letteratura matematica precedente evidenzia senz'altro una netta inversione di tendenza (ad esempio, S.F. Lacroix, nel proprio *Traité elementaire du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral* pubblicato tra il 1810 e il 1819, non poneva alla base del calcolo differenziale la nozione di limite, bensì quella di derivata e di differenziale: Lacroix, 1837, pp. 2-3): la rinnovata trattazione dovuta a Cauchy riflette invece l'impostazione spesso adottata dalla moderna analisi matematica, nella quale proprio il limite viene considerato come il concetto fondamentale (Boyer, 1982). Si noti peraltro che non tutto l'ambiente matematico del XIX secolo apprezzò immediatamente l'esigenza di "rigore" espressa dal grande matematico parigino; ricorda ad esempio U. Bottazzini:

  "Ciò che oggi viene considerato un primo passo decisivo verso il moderno rigore in matematica veniva rimproverato a Cauchy dai contemporanei come un 'lusso d'analisi' o addirittura una 'mancanza di chiarezza' sconsigliabile, se non controproducente, per gli studenti dell'École Politechnique" (Bottazzini, 1990, p. 91).

- La ricostruzione storica, tuttavia, non è certo l'unico orizzonte con riferimento al quale considerare la posizione di Cauchy. Possiamo ad esempio chiederci: rispetto a quale nozione di "rigore", oggi, dovremmo interpretare gli scritti del grande matematico parigino? Citiamo ancora Bottazzini:

  "Il rigore in matematica è anch'esso un concetto 'storico' e dunque in divenire […] Appellarsi all'esigenza del rigore nello spiegare lo sviluppo della matematica sembra in realtà un discorso circolare: di fatto, alla formulazione di nuovi *standard* di rigore si perviene

> quando i vecchi criteri non permettono una risposta adeguata alle domande che vengono dalla pratica matematica" (Bottazzini, 1981, p. 13).

Ci troviamo quindi in una situazione delicata che presenta due componenti ben diverse e per alcuni aspetti, almeno in apparenza, contrastanti: da un lato, infatti, un'interpretazione nel senso di una ricostruzione storica (condotta pertanto dal punto di vista dell'analisi matematica ottocentesca) ci porterebbe a dare risalto all'opera di rigorizzazione di Cauchy; dall'altro, un accostamento "moderno" potrebbe spingerci invece a considerare criticamente le definizioni e i concetti dal nostro punto di vista, dunque con esplicito riferimento allo statuto epistemologico della matematica sviluppata, usata, insegnata e appresa ai giorni nostri.

Queste due diverse chiavi di lettura non sono però incompatibili: un corretto approccio ermeneutico, riconducibile ad esempio al pensiero di Hans-Georg Gadamer (1900-2002), ci potrà aiutare a mettere a fuoco la situazione in tutta la sua complessità, ma anche in tutta la sua straordinaria ricchezza, anche in una prospettiva didattica (ci rifaremo a: Bagni, 2006). Ricordiamo infatti che già Wilhelm Dilthey (1833-1911) affermava che "la prima condizione della possibilità di una scienza della storia consiste nel fatto che io stesso sono un essere storico, e che colui che studia e indaga la storia è anche quello stesso che la fa" (Dilthey, 1962, VII, p. 278). Gadamer (2000, p. 809) osserva che spesso lo storico sceglie "i concetti con cui descrive la caratteristica fisionomia storica dei suoi oggetti senza fare esplicitamente attenzione alla loro origine e alla loro giustificazione", omettendo, con ciò, di "rendersi conto che l'appropriatezza descrittiva che trova nei concetti che sceglie può essere estremamente pericolosa per le sue intenzioni, nella misura in cui appiattisce ciò che è storicamente lontano su ciò che è familiare". Il rischio di un'attualizzazione acritica e quindi scorretta appare dunque concreto, e viene esplicitamente segnalato.

Sarebbe allora necessario, per lo storico, un atteggiamento più prudente? Sarebbe forse consigliabile un tentativo di modellare i propri "concetti" su quelli caratteristici del periodo in esame? Con riferimento alla grande e importante opera di rigorizzazione di Cauchy, ad esempio, dovremmo forse porci oggi in un atteggiamento mentale in qualche modo vicino a quello dei matematici del XIX secolo? Gadamer sostiene con forza che una tale scelta verrebbe ad essere sia illusoria che infondata e, sempre riferendosi al comportamento dello storico, nota:

> “La sua ingenuità diventa davvero abissale quando egli comincia a rendersi conto della problematicità della sua posizione, e arriva per esempio a porre come principio che, nella comprensione storica, si debbano lasciar da parte le proprie idee, cercando di pensare solo secondo i concetti dell’epoca che si vuole conoscere” (Gadamer, 2000, p. 809).

Si osservi che tale ingenuità non deriva semplicemente dall’inevitabile insuccesso al quale la scelta ora delineata sarebbe condannata; il problema centrale è ben diverso, e notevolmente più profondo:

> “La coscienza storica misconosce sé stessa se, per comprendere, pretende di escludere dal gioco proprio ciò che rende possibile la comprensione. *Pensare storicamente* significa in realtà *portare a compimento quella trasposizione che i concetti del passato subiscono* quando noi cerchiamo di pensare in base ad essi. Il pensare storicamente comporta sempre costitutivamente una mediazione tra quei concetti e il proprio pensiero” (Gadamer, 2000, p. 811).

Concordiamo senz’altro con Gadamer: ma tutto ciò, chiaramente, non ci deve spingere ad una forma di indiscriminata e ingiustificata attualizzazione del pensiero originale di Cauchy. Interpretare un fatto storico tenendo conto (ciò è inevitabile!) del nostro punto di vista non può avvenire in termini diretti, radicali, acritici. La *mediazione* è il concetto chiave: non è possibile apprezzare l’opera di un grande protagonista della storia della matematica (e, più in generale, della storia del pensiero umano) senza considerare, appunto, la sua storicità; ma, parallelamente, non è possibile rinunciare al nostro ruolo di lettori, di interpreti.

Naturalmente il fatto che non si possa prescindere dal tenere in debita considerazione il punto di vista dello studioso nell’esaminare e dunque nell’interpretare l’opera matematica di un autore del passato non deve indurci a considerare vana la ricostruzione storica né farci temere una qualche forma di arbitrarietà quando usiamo elementi storici nella pratica didattica. Ci limitiamo a ricordare che anche scienze molto “dure” hanno progressivamente allentato la morsa rispetto alla pretesa di un’assoluta oggettività (lo statuto epistemologico della fisica, ad esempio, ha dovuto fare i conti con il principio di indeterminazione di Heisenberg); appare dunque del tutto comprensibile il diritto (e il dovere) di “mediare” all’interno di una disciplina come la storia della matematica che, proprio in quanto storia, presenta senza dubbio tratti “umanistici” marcati.

Alla luce di queste riflessioni, possiamo senz'altro affermare che la lezione di Augustin-Louis Cauchy per gli studenti e per gli insegnanti del XXI secolo è viva, intensa e coinvolgente: è il grande, fecondo tentativo (storicamente collocato) di conferire caratteristiche di rigore ai concetti e ai procedimenti dell'analisi matematica. La sua corretta interpretazione, da parte dei lettori dei nostri giorni, fornirà molti spunti preziosi per una crescita culturale ampia, sia dal punto di vista della vera e propria comprensione dei contenuti, dunque dei concetti sui quali si basa l'analisi matematica, che da quello dell'approccio metodologico.

Nota e riferimenti bibliografici

Questa ricerca è stata presentata nell'ambito del "Progetto Lauree Scientifiche" coordinato da Fabio Zanolin, Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Udine, all'Istituto "Max Fabiani" di Gorizia.

Bader, L., 1995, *I Borboni di Francia in esilio a Gorizia,* Casa Editrice Goriziana per la Cassa di Risparmio di Gorizia, Gorizia

Bagni, G.T., 2005, The historical roots of the limit notion. Cognitive development and development of representation registers. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 5, 4, 453-468

Bagni, G.T., 2006, *Linguaggio, storia e didattica della matematica*, Pitagora, Bologna

Belhoste, B., 1985, *Cauchy. Un mathématicien legittimiste au XIXe siècle,* Belin, Paris

Belhoste, B., 1991, *Augustin Louis Cauchy. A Biography*, Springer, New York

Bottazzini, U., 1981, *Il calcolo sublime*, Boringhieri, Torino

Bottazzini, U., 1990, *Il flauto di Hilbert. Storia della matematica moderna e contemporanea*, UTET, Torino

Bottazzini, U., Freguglia, P., Toti Rigatelli, L., 1992, *Fonti per la storia della matematica*, Sansoni, Firenze

Boyer, C., 1982, *Storia della matematica*, Mondadori, Milano

Dilthey, W., 1962, *Gesammelte Schriften*. Teubner, Stuttgart e Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen

Gadamer, H.G., 2000, *Verità e metodo*. Vattimo, G. (a cura di). Bompiani, Milano (*Wahrheit und Methode: Grundzüge einer philosophischen Hermeneutik*. Mohr, Tübingen 1960)

Grabiner, J.V., 1981, *The origins of Cauchy's rigorous calculus*, MIT Press, Cambridge (MA)

Juznic, S., 2005, Cauchyjeva in Mocnicova Gorica kot sredisce evropske matematike (ob 190.obletnici Mocnikovega rojstva), *Archivi* 28, 15-35, Ljubljana

Kline, M., 1991, *Storia del pensiero matematico. II. Dal Settecento a oggi*, Einaudi, Torino

Lacroix, S.F., 1837, *Traité elementaire du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, 5me edition, Bachelier, Paris

Mawhin, J., 1995, Augustin Louis Cauchy: l'itinéraire tourmenté d'un mathématicien légitimiste, *Mathématique et Pédagogie* 103, 5-20

Valson, C.A., 1968, *La vie et les œuvres du baron Cauchy*, I-II, Gauthier-Villars, Paris

Giorgio T. Bagni
Caterina Vicentini