

# Capitolo 1

## La didattica della matematica

### 1.1. DIDATTICA GENERALE E DIDATTICA DISCIPLINARE

#### 1.1.1. Che cosa significa *didattica*?

Il nostro viaggio nella didattica della matematica richiede innanzitutto la precisazione di alcuni concetti generali. Intendiamoci: queste note non ricalcano un manuale teorico; ma la conoscenza precisa delle nozioni di base e di un'appropriata terminologia è indispensabile per creare un primo terreno d'intesa, per determinare una base culturale comune sulla quale sviluppare le nostre considerazioni<sup>1</sup>.

Spesso, ad esempio, riuniamo nel termine *didattica* tutto ciò che riguarda la vita scolastica: le caratteristiche dell'insegnamento, i libri di testo, gli altri sussidi, le reazioni dei nostri allievi, le tecniche di valutazione etc.: tutto sembra far parte della *didattica* (sostantivo); ad ogni scelta che ha a che fare con la scuola, ad ogni attività svolta in ambito scolastico, ad ogni oggetto impiegato a scuola attribuiamo senz'altro l'aggettivo *didattico*. Forse, prima di iniziare un lungo e (a tratti) impegnativo percorso che si snoderà tra l'insegnamento e l'apprendimento, sarà necessario approfondire adeguatamente il significato di questo benedetto termine, *didattica*, così diffuso e dal senso non sempre altrettanto chiaro e delimitato (Pellerey, 1991).

Non daremo, tuttavia, una definizione di *didattica*. O, meglio, non daremo di tale parola la tradizionale definizione "da vocabolario": ciò perché le accezioni, le sfumature ad essa connesse sono tali e tante che qualsiasi definizione rischierebbe di essere limitativa e, dunque, gravemente scorretta. Illustreremo invece il significato, la portata del termine *didattica* mediante la presentazione di alcune tre le principali questioni ad esso collegate<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> L'uso della prima persona plurale, in tutte le parti delle presenti dispense, non si riferisce ad un *pluralis maiestatis*, così caro a chi scrive libri "importanti", ma ad un *pluralis auctoris*: ritengo cioè che la grande maggioranza delle considerazioni che esporrò nel testo sia da considerare condivisa (o, almeno, condivisibile), tra l'autore e il lettore. Il viaggio attraverso la didattica della matematica che desidero proporre ai miei lettori è, insomma, un viaggio... comune.

<sup>2</sup> Ai lettori più interessati consigliamo di leggere attentamente le pagine 89-99 di *Didattica generale e didattiche disciplinari* di B. D'Amore e di F. Frabboni (1996).

Affronteremo innanzitutto un importante argomento, che può essere sintetizzato nella domanda seguente: se è vero che il termine *didattica* si riferisce primariamente all'insegnamento, ha senso lo studio e la presentazione di una "didattica in generale", o sarebbe necessario fare esplicito riferimento alla didattica specifica, alla didattica della materia che si insegna? Ci sono, insomma, regole, indicazioni, problemi, soluzioni comuni (valide per l'apprendimento di ogni materia, dunque per ogni insegnante), oppure le varie situazioni, le varie discipline necessitano di un approccio particolare (per cui si dovrà parlare di: didattica della matematica, didattica della lingua italiana, didattica delle scienze etc.)?

### 1.1.2. Didattiche disciplinari

La questione ora segnalata è attualmente dibattuta (ci riferiremo spesso, in questo capitolo, a: D'Amore & Frabboni, 1996, pp. 118-124 e a D'Amore, 1999). Addirittura, si vengono a determinare due posizioni radicali, opposte: da un lato si potrebbe infatti sostenere che esiste *soltanto* una didattica generale, la quale si occupa dei meccanismi dell'apprendimento; le didattiche specifiche, le didattiche disciplinari altro non sono che le applicazioni della didattica generale ai singoli casi concreti. Dall'altro lato, si potrebbe sostenere che la didattica generale, in sé, è inconcepibile: si insegna *qualcosa* e dunque la didattica non può che essere la didattica di *qualcosa*. Altrimenti si rischia di condurre ragionamenti talmente privi di un qualsiasi aggancio con il concreto da risultare sterili.

Per quanto riguarda la contrapposizione ora ricordata, concordiamo con B. D'Amore, che scrive:

«Anzitutto, sembrano esserci problemi di linguaggio, quanto meno di terminologia. "Didattica" può essere inteso come "Teoria della didattica" desunta dalla pragmatica osservata e dai risultati ottenuti. "Didattica" può altresì essere inteso in senso più filosofico e teoretico. "Didattica" può essere poi inteso come qualche cosa di molto più specifico. Di fatto, però, è ovvio che dobbiamo accettare l'evidenza: vi sono problematiche per così dire "a monte" delle didattiche specifiche, che non dipendono [in nota l'Autore riporta: «Forse»] dalle singole discipline... Teorizzando (o generalizzando) queste problematiche, si crea una teoria della didattica che non dipende più esplicitamente o direttamente dalle discipline» (D'Amore & Frabboni, 1996, p. 119).

Dunque: esistono le didattiche specifiche (disciplinari) ed esiste la didattica generale. Si tratta di due approcci diversi al problema, o forse di due fasi

successive: le azioni, le scelte, le posizioni assunte dall'insegnante, così come l'apprendimento da parte dell'allievo, sono certamente riferite alla disciplina insegnata (e appresa); pertanto l'attività didattica e la corrispondente ricerca non possono eludere il riferimento alla materia. Tuttavia le singole didattiche specifiche non procedono separatamente, sulla base di valutazioni, riferimenti e considerazioni completamente indipendenti: esistono questioni che, pur sorgendo da situazioni proprie della singola disciplina, sono generalizzabili e la cui importanza, una volta operata tale generalizzazione, è comune<sup>3</sup>.

Ad esempio, nelle nostre spiegazioni di argomenti di matematica utilizziamo spesso delle figure, dei diagrammi; ma anche nelle spiegazioni relative ad argomenti di *altre* materie si ricorre alla visualizzazione. Possiamo dunque affrontare il problema *visualizzazione* sulla base di considerazioni relative alla didattica della matematica<sup>4</sup>; possiamo però anche farlo con riferimento ad altre didattiche disciplinari. Tali approcci, ovviamente, non sono del tutto indipendenti; molte questioni possono essere (e in effetti sono) comuni: qual è, in generale, l'atteggiamento dell'allievo rispetto ai diversi registri rappresentativi (tra i quali la visualizzazione)? Come agevolare il passaggio da un registro all'altro? Perché, talvolta, la visualizzazione viene accettata quasi con entusiasmo mentre in altre occasioni viene addirittura "guardata con sospetto"? A queste domande possiamo rispondere riferendoci esclusivamente alla nostra materia, magari alla nostra esperienza diretta; ma possiamo anche trattare la questione in termini più vasti, con riferimento alle realtà, ai meccanismi che regolano l'apprendimento in generale.

Spesso, quindi, nel corso di questi appunti, parleremo di didattica della matematica pensando a una didattica specifica; con ciò però non intenderemo negare la piena validità di considerazioni riferite ad una didattica generale, l'importanza di elaborazioni teoriche comuni alle varie discipline.

## 1.2. DIDATTICA DELLA MATEMATICA

### 1.2.1. Divulgazione delle idee

Le considerazioni alle quali sarà dedicata la presente sezione potrebbero essere riferite sia alla didattica generale sia alla didattica della matematica. Come

---

<sup>3</sup> Si vedano inoltre le considerazioni epistemologiche e le note riguardanti la formazione espresse in: D'Amore & Frabboni, 1996, pp. 120-124.

<sup>4</sup> Torneremo ampiamente a trattare alcune questioni collegate alla visualizzazione nel corso del presente lavoro.

sopra anticipato, considerata l'impostazione di questi appunti, verrà spesso privilegiato il riferimento alla didattica specifica.

Che cos'è, dunque, la didattica della matematica? Come possiamo intendere lo studio, la ricerca in didattica della matematica?

Iniziamo a presentare una prima concezione della didattica della matematica, secondo la quale lo scopo centrale dell'azione e della ricerca didattica è il miglioramento dell'insegnamento. La logica sottintesa a tale interpretazione è evidente:

*ad un miglioramento del nostro insegnamento farà inevitabilmente riscontro un miglioramento dei risultati che potremo ottenere dai nostri allievi.*

La concezione della didattica della matematica come *divulgazione delle idee* ha portato a risultati importanti (la denominazione è tratta ancora da: D'Amore & Frabboni, 1996; si vedano in particolare le pp. 90-97). Molti ricercatori, seguendo questa impostazione, hanno brillantemente indicato agli insegnanti concrete possibilità di migliorare significativamente l'insegnamento attraverso sussidi innovativi, accorgimenti, attività. Ad esempio, la possibilità di presentare la matematica ai nostri allievi anche mediante riferimenti alla storia della nostra disciplina va inquadrata in questo tipo di impostazione della didattica<sup>5</sup>.

### **1.2.2. Storia e didattica della matematica**

L'impostazione didattica sopra presentata, la didattica come divulgazione delle idee, richiede un approfondimento. Un suo esame più profondo, come vedremo, porta alla considerazione di alcuni suoi limiti, che cercheremo di illustrare brevemente.

Consideriamo ad esempio l'introduzione (simpatica, elegante) di contenuti elementari mediante citazioni di storia della matematica. Illustrando un momento storico *supponiamo che la reazione del nostro allievo sia stata proprio tale da portarlo ad alcune reazioni.*

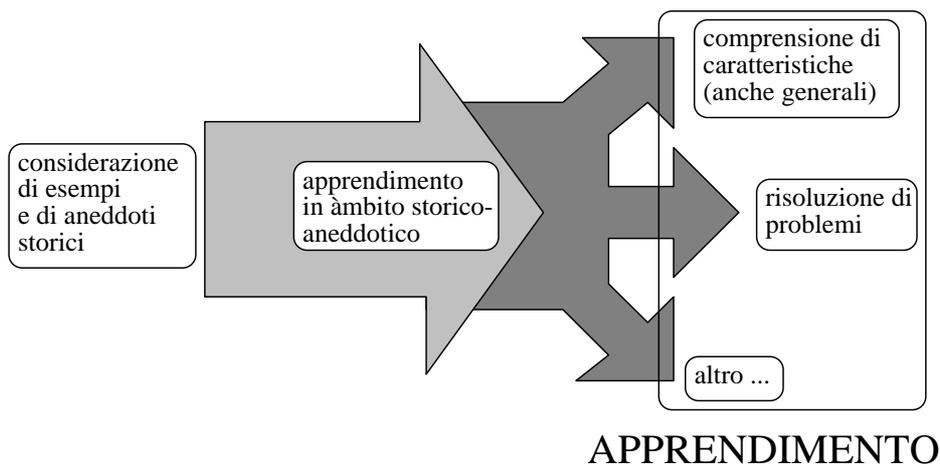
Ma il problema, in generale, è questo: utilizzando forme di didattica riconducibili alla divulgazione delle idee, come sappiamo, noi agiamo sull'insegnamento. Bene. Ma il guaio è che non possiamo essere certi, *a priori*, dell'effetto che il nostro (rinnovato, migliorato) insegnamento potrà avere sull'allievo; non possiamo sapere con sicurezza che certe sollecitazioni

---

<sup>5</sup> Segnaliamo alcuni testi teorici: Weil, 1980; Swetz, 1989 e 1995; Pepe, 1990; Fauvel, 1990 e 1991; Fauvel & van Maanen, 1997. Furinghetti & Somaglia, 1997. Esempi interessanti sono in: Carruccio, 1972; D'Amore & Speranza, 1989, 1992 e 1995.

porteranno a ben determinate (ed auspicabili) reazioni nella mente dell'allievo, che sono plausibili, ma non obbligatorie. Perciò la sottintesa equazione: "migliore insegnamento" uguale (sempre!) a "migliore apprendimento" è, purtroppo, tutt'altro che scontata.

Le "reazioni" alle quali abbiamo accennato devono essere ulteriormente precisate (D'Amore & Frabboni, 1996, pp. 97-98). In termini estremamente semplificativi, le cose stanno così: agendo secondo l'impostazione didattica ora considerata, abbiamo proposto all'allievo alcune sollecitazioni, in un ambito che potremmo indicare, nell'esempio specifico, come "storico-aneddotico". Diamo per accettato che, *in quest'ambito*, il nostro studente "apprenda". Ma la conoscenza così acquisita non può restare confinata solamente nell'ambito storico-aneddotico: ciò sarebbe ben poco utile; è invece necessario che essa si "trasferisca" ad ambiti diversi, che essa possa essere utilizzata dallo studente per la risoluzione di problemi, per la corretta interpretazione di altri esempi, per l'apprendimento di ulteriori contenuti matematici inerenti all'argomento in questione. È necessario cioè che avvenga quello che viene denominato *transfer cognitivo*.



Ebbene, il problema principale che potenzialmente limita l'efficacia delle didattiche della matematica intesa come divulgazione delle idee è questo: *operando esclusivamente sull'insegnamento non possiamo essere certi che avvenga (effettivamente e completamente) il transfer cognitivo*.

Ribadiamo che questo breve excursus deve essere considerato introduttivo. Non pretendiamo, in questa sede, di proporre una trattazione specialistica sul *transfer cognitivo* (rimandiamo il lettore interessato a studi specifici; ad esempio: Feldman & Toulmin, 1976). Ma la presenza del problema citato ha una netta influenza sulla scelta dell'impostazione della nostra ricerca didattica.

Pur senza trascurare la validità delle ricerche di questo tipo, collegate dunque alla divulgazione delle idee<sup>6</sup>, ci porteremo dunque verso un'altra impostazione della didattica della matematica.

### 1.2.3. L'epistemologia dell'apprendimento

Abbiamo rilevato che il limite della didattica della matematica intesa come divulgazione delle idee consiste nell'incertezza che permane a proposito degli effetti (sull'apprendimento) di certe scelte che noi insegnanti operiamo (con riferimento al nostro insegnamento).

Come ovviare a tale situazione?

È necessario intervenire sulla struttura e sugli scopi della ricerca didattica, inserendo una fase di *verifica empirica* che possa rendere evidenti gli effetti sull'apprendimento delle scelte dell'insegnante. La presenza di questo aspetto sperimentale modifica nettamente la nostra ricerca e conferisce ad essa un particolare statuto epistemologico (per approfondire questo punto si veda ancora: Feldman & Toulmin, 1975; D'Amore & Frabboni, 1996 e soprattutto: D'Amore 1999).

Chiameremo tale impostazione *epistemologia dell'apprendimento*.

Nella ricerca didattica (e in particolare in didattica della matematica) impostata secondo l'epistemologia dell'apprendimento sono presenti diversi tipi di tecniche per il rilevamento del dato sperimentale: ad esempio, vengono proposti dei test agli allievi, ed i risultati di tali test vengono interpretati anche sulla base di interviste, nelle quali gli allievi sono invitati ad illustrare e a motivare le proprie scelte<sup>7</sup>. Tutto ciò consente di giungere a conoscere più da vicino e meglio le reazioni dell'allievo, dunque l'effetto che le nostre scelte effettivamente comportano sull'apprendimento.

Le ricerche alle quali faremo riferimento in questi appunti (ad esempio quelle che presenteremo e analizzeremo nel capitolo 3) sono tutte di questo secondo tipo.

## BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 1

Abraham, A. (1984), *L'insegnant est une personne*, EST, Paris.

---

<sup>6</sup> Alcune delle quali, non lo si dimentichi, sono della massima importanza; si veda, per una presentazione storica ed epistemologica: Pescarini, 1995.

<sup>7</sup> Si veda inoltre: D'Amore, 1991.

- Bagni, G.T. (1996), *Storia della Matematica. I. Dall'Antichità al Rinascimento. II. Dal Rinascimento ad oggi*, Pitagora, Bologna.
- Bara, B. (1990), *Scienza cognitiva*, Bollati Boringhieri, Torino.
- Brunschvicg, L. (1929) *Les étapes de la Philosophie Mathématique*, Paris.
- Bunge, M. (1985), *Epistemologia*, Ariel, Barcelona.
- Caroni, V. & Iori, V. (1989), *Asimmetria nel rapporto educativo*, Armando, Roma.
- Carruccio, E. (1972), *Matematiche elementari da un punto di vista superiore*, Pitagora, Bologna.
- D'Amore, B. & Matteuzzi, M. (1976), *Gli interessi matematici*, Marsilio, Venezia.
- D'Amore, B. & Speranza, F. (a cura di) (1989), *Lo sviluppo storico della matematica*, I, Armando, Roma.
- D'Amore, B. (1991), Ricerca-azione, possibile paradigma della ricerca in didattica: *La scuola se*, 79-80, 14-17.
- D'Amore, B. & Speranza, F. (a cura di) (1992), *Lo sviluppo storico della matematica*, II, Armando, Roma.
- D'Amore, B. & Speranza, F. (a cura di) (1995), *La matematica e la sua storia*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. (1993), *Problemi*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. & Frabboni, F. (1996), *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. (1999), *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora, Bologna.
- Dienes, Z. (1963), *An experimental study of mathematics-learning*, Hutchinson, New York.
- Duncker, K. (1969), *La psicologia del pensiero produttivo*, Giunti-Barbèra, Firenze (edizione originale: 1935).
- Enriques F. & de Santillana, G. (1936), *Compendio di storia del pensiero scientifico*, Zanichelli, Bologna (ristampa anastatica: Zanichelli, Bologna 1973).
- Fauvel, J. (1990), History in the mathematical classroom: *The IREM papers*, The Mathematical Association.
- Fauvel, J. (1991), *For the learning of mathematics* (numero speciale sull'impiego della storia della matematica nell'insegnamento), 11, 2.
- Fauvel, J. & van Maanen, J. (1997), Storia e didattica della matematica: *Lettera Pristem*, 23, 8-13.
- Feldman, C.F. & Toulmin, S. (1976), Logic and the theory of mind: Cole, J. K. (a cura di), *Nebraska symposium on motivation 1975*, University of Nebraska Press, Lincoln, London.
- Fischbein, E. & Vergnaud, G. (1992), *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*, D'Amore, B. (a cura di), Pitagora, Bologna.

- Freudenthal, H. (1973), *Mathematics as an educational task*, Riedel, Dodrecht.
- Furinghetti, F. & Somaglia, A. (1997), Storia della matematica in classe, *L'educazione matematica*, XVIII, V, 2, 1.
- Gagné, R.M. (1973), *Le condizioni dell'apprendimento*, Armando, Roma (prima edizione: 1970).
- Kleinmuntz, B. (1976), *Problem solving. Ricerche, modelli, teoria*, Armando, Roma.
- Meirieu, P. (1987), *Apprendre... oui, mais comment?*, ESF, Paris.
- Nesher, P. & Kilpatrick, J. (a cura di) (1990), *Cognition and mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Pellerey, M. (1991), La ricerca in didattica della matematica: *Atti del Convegno "Processi cognitivi e problemi della ricerca didattica disciplinare"*, Milano.
- Pepe, L. (1990), Storia e didattica della matematica: *L'educazione matematica*, III, I, 2, 23-33.
- Pescarini, A. (1995), Dinamiche dell'educazione matematica, *Bollettino degli insegnanti di matematica del Canton Ticino*, 30, 1-18.
- Polya, G. (1971), *La scoperta matematica*, I-II, Feltrinelli, Milano.
- Priore, F. (1990), *Modelli, strumenti e misure nella didattica contemporanea*, Mursia, Milano.
- Resnick, L.B. & Ford, W.W. (1991), *Psicologia della matematica ed apprendimento scolastico*, Sei, Torino (prima edizione: 1981).
- Swetz, F.J. (1989), Using problems from the history of mathematics in classroom instruction: *Mathematics teacher*, 82, 370-377.
- Swetz, F.J. (1995), To know and to teach: mathematical pedagogy from a historical context: *Educational Studies in Mathematics*, 29, 73-88.
- Vigotskij, L.S. (1987), *Il processo cognitivo*, Boringhieri, Torino (edizione originale: 1978).
- Weil, A. (1980), History of mathematics: why and how: Letho, O. (a cura di), *Proceedings of International Congress of Mathematicians, Helsinki 1978*, I, 227-236.
- Wertheimer, H. (1959), *Productive Thinking*, Harper & Row, New York.

\*\*\*