

Università di Udine, Facoltà di Scienze della Formazione  
**Corso di Storia della Scienza (17)**  
**Calcolo pratico e uso di artefatti in Cina:  
 un'esperienza didattica**



**Giorgio T. Bagni**  
 Dipartimento di Matematica e Informatica  
 Università di Udine  
 bagni@dimi.uniud.it  
 www.syllogismos.it

Universitas  
 Studiorum  
 Utinensis

### Uso delle bacchette da calcolo e opportunità didattiche

- Nel caso che abbiamo esaminato l'uso delle bacchette e della tavola da calcolo si mantiene **aderente alla tradizione storica** della matematica cinese.
- L'insegnante ha un ruolo chiave: presenta le modalità di uso (**artefatto secondario**) dell'**artefatto primario**.
- Il rapporto degli artefatti è essenziale: **non esiste un solo "modo" di usare lo strumento!**
- Anticipiamo che la manipolazione delle bacchette determina situazioni interessanti: ad esempio, i coefficienti nulli indicano **"fisicamente"** l'assenza di **"elementi di disturbo"**.

### Uso delle bacchette da calcolo e opportunità didattiche

- Molto importante è il ruolo dello **zero**:
- la "sparizione" di uno dei coefficienti rende **fisicamente** possibile **risolvere l'equazione**.
- Il significato di tale elemento è rilevante in quanto può **contribuire a "suggerire" la strategia risolutiva**.
- Possibili **errori**: "eliminazione" di bacchette; aggiunta delle stesse bacchette a tutte le caselle di una riga.

	Vuoto	
Vuoto		

### Una prima verifica sperimentale tra la primaria e la secondaria

- Descriveremo sinteticamente (per ora senza pretese di organicità) alcuni risultati di una prima esperienza didattica condotta in una **classe I media** (allievi di 11-12 anni) a Treviso nel 2004.
- Al momento dell'esperienza gli allievi **non avevano trattato i numeri negativi né le equazioni**. Solo alcuni di essi avevano qualche esperienza (risalente alla scuola primaria) con esercizi del tipo: "indovina un numero sapendo che..."
- L'esperienza si è svolta in aula, durante un'ora di lezione, alla presenza dell'insegnante di matematica e dello sperimentatore (che non è mai intervenuto).

### Una prima verifica sperimentale

- Era stata precedentemente introdotta alla classe la **rappresentazione dei numeri con le bacchette**; gli allievi hanno avuto occasione di esercitarsi.
- In una **tabella corredata con etichette**, realizzata su di un banco, era stato poi rappresentato il problema: "due pacchetti uguali contengono, in tutto, quattro biscotti. Quanti biscotti ci sono in ciascun pacchetto?"
- Era stato poi mostrato che dividendo per 2 i numeri in tutte le caselle della tabella si ottiene la soluzione.

pacchetti	biscotti

### Una prima verifica sperimentale

- Gli allievi sono stati suddivisi in sei gruppi di tre.
- Durante la risoluzione, il ruolo dell'insegnante è stato di controllo (passando tra i vari gruppi): ha segnalato eventuali errori, ma non ha dato suggerimenti.

**Problema, ispirato al Chiu Chang**

Cinque covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 19 sheng.  
 Tre covoni di grano di tipo A aggiunti a due covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 12 sheng.  
 Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?

### Una prima verifica sperimentale

- Riassumiamo il procedimento.
- Significativi sono alcuni **ampi gesti con le mani**:  
**“adesso posso fare questi meno quelli”** (indicando le righe).
- Indicativa, inoltre, è una frase pronunciata da F. (l’allieva che ha più attivamente collaborato con S.):  
**“Si riesce quando due diventano uguali”**.

covoni tipo A	covoni tipo B	grano

### Una prima verifica sperimentale

- Dunque S. e F. hanno utilizzato solamente la regola che consente di sottrarre una riga dall’altra.
- Ma tale modo di procedere **non è sempre applicabile** (gli allievi **non** avevano trattato i numeri negativi).
- Allo stesso gruppo è stato proposto **un altro problema**:
- Quattro covoni di grano di tipo A aggiunti a un covone di grano di tipo B hanno il rendimento di 6 sheng. Due covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 8 sheng. Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?

### Una prima verifica sperimentale

- Ecco un breve cenno alla risoluzione.
- Dopo una fase di perplessità (**“non si può togliere questi da quelli, non ce ne sono abbastanza”**), S. applicherà la regola che consente di moltiplicare gli elementi di una riga per  $k > 0$  (in questo caso: la prima riga per  $k = 3$ ).
- F. ribadisce: **“Sì, sì, bisogna far diventare questo... uguale a questi!”** e il procedimento può proseguire.

covoni tipo A	covoni tipo B	grano

### Una prima verifica sperimentale

- Questa prima esperienza è limitata e consente solo di indicare considerazioni parziali.
- Tuttavia l’uso frequente di **espressioni deittiche** (“questi”, “quelli”) accompagnato da una **marcata componente gestuale** ci sembra interessante (come evidenziato ad esempio in: Steinbring, 2002).
- Le allieve hanno preferito la “regola” (artefatto secondario) più direttamente **legata alla presenza fisica dei bastoncini** (“fare questi meno quelli”).
- Il ricorso all’altra “regola” è stato suggerito dalla possibilità di applicare la “regola della sottrazione” (infatti **“si riesce quando due diventano uguali”**).

### Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- È in corso una più ampia sperimentazione. Comunque i dati finora esaminati sembrano suggerire che l’uso degli **artefatti primari** (bacchette e tavola da calcolo) collegato a quello di **artefatti secondari** (modalità per variare la tabella) possa agevolare la messa a punto di strategie risolutive, dunque l’accostamento agli **artefatti terziari** basati sulle attività con tali artefatti primari e secondari.
- Si noti che i Cinesi risolvevano sistemi di due equazioni in due incognite anche con altri metodi (riassumibili in formule), ma il ruolo delle bacchette **non** appare in tali casi particolarmente significativo.

### Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- Una rappresentazione esterna come quella ottenuta mediante le bacchette sulla tavola da calcolo è costituita da un complesso di segni, relazioni spaziali, regole incorporate.
- Ma gli allievi si accostano ad essa come ad un **gioco**.
- Una traccia importante da esplorare è dunque la seguente: forse è più facile “capire” nel gioco che nella rappresentazione astratta (algebraica)...
- Dunque **potrebbe essere il gioco stesso (che, per l’allievo, è dotato di significato di per se stesso, in quanto gioco nuovo) a conferire significato al procedimento algebrico!**

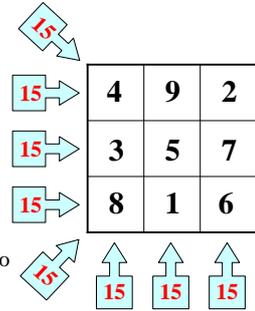
## Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- “Per esprimere le relazioni algebriche non sono sempre indispensabili i tipici segni dell’algebra” (Steinbring, 2002, p. 20).
- Ulteriori studi potranno chiarire se l’uso di bacchette e tavola da calcolo possa **introdurre la risoluzione di sistemi con metodi di eliminazione** e, più in generale, **suggerire o sottolineare l’importanza dell’impostazione matriciale**.
- Segnaliamo inoltre l’importante occasione **interculturale** per un accostamento critico alla matematica cinese e al **contesto** nell’ambito del quale si è prodotta.

## Anche altri celebri artefatti (secondari) potranno essere studiati...

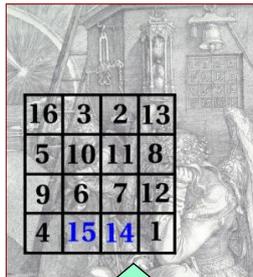
### Lo Shu

- 4 e 2 sono le spalle
- 8 e 6 sono i piedi
- un 3 sulla sinistra
- un 7 sulla destra
- porta un 9 sulla testa
- è calzato con un 1
- mentre un 5 sta nel mezzo



## In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

- Il più antico quadrato magico è il *Lo Shu*.
- L’interesse per queste “tabelle” si diffuse in Occidente con *Malinconia* di A. Dürer (1514; ma si veda il *De Viribus Quantitatis* di L. Pacioli).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605-1675) studiò i quadrati magici diversi di ordine 4 (pubbl. 1693).



un “quadrato magico”

## In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

- L’approccio alla questione dei matematici cinesi è ben diverso da quello di Frenicle.
- Anche ai giorni nostri i quadrati magici sono oggetto di studi matematici profondi.
- L’artefatto secondario si è dunque ben “collegato” con un artefatto terziario...



## Le bacchette da calcolo: una storia a... lieto fine

- L’**abaco cinese** (*suanpan*) può essere considerato l’evoluzione delle bacchette da calcolo (Martzloff, 1987).
- La prima illustrazione dell’abaco risale al 1436, ma Needham suggerisce che potrebbe risalire al VI sec.



1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	TTTT	T	TT	TTT	TTTT
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ho citato:

- Bartolini Bussi** (2002) *The Theoretical Dimension of Mathematics: a Challenge for Didacticians*, *24 Canad. Math. Ed. St. Group*
- B.B.** (2003) *Instruments for semiotic mediation in primary school classrooms*, *For the Learning of Mathematics*
- Egenstroem** (1990) *When is a tool? Multiple meanings of artefacts in human activity*, in *Learning, Working and Imagining*, Helsinki
- Lakoff, Nuñez** (2000) *Where mathematics comes from*, Basic Books
- Martzloff** (1987) *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson
- Needham** (1959) *Science and civilisation in China*, Cambridge University Press
- Steinbring** (2002) *What makes a sign a mathematical sign?*, *PME-26*
- Vygotskij** (1974) *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori*, Giunti
- V.** (1987) *Il processo cognitivo*, Boringhieri
- Wartofsky** (1979) *Perception, representation and the forms of action*, *Models*, Reidel



**A tutti grazie  
dell'attenzione**

