

SOLUZIONI DEGLI ESERCIZI RELATIVI AL CORSO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA I (foglio 1)

(a cura di Giorgio T. Bagni)

- 1.1. $(\neg A) \wedge (\neg B) \wedge (\neg C)$ non è un assurdo: risulta infatti vera quando A, B, C sono falsi.
 - 1.2. $A \vee [\neg(\neg A)] \vee B \vee [\neg(\neg B)]$ non è una tautologia: $[\neg(\neg A)]$ è A (doppia negazione) e $[\neg(\neg B)]$ è B , dunque la formula data equivale alla $A \vee A \vee B \vee B$ cioè alla $A \vee B$ che è falsa quando A e B sono falsi.
 - 1.3. $\neg[A \wedge (\neg A)]$ è una tautologia: è infatti la negazione di un assurdo.
 - 1.4. $\neg[B \vee (\neg B) \vee (A \rightarrow B)]$ è un assurdo: infatti all'interno delle parentesi quadre c'è una tautologia, in quanto la formula $B \vee (\neg B) \vee (\text{qualunque formula})$ è sempre vera.
-
- 2.1. Qualche gatto non è nero.
 - 2.2. Tutti i cavalli sono bianchi.
 - 2.3. Qualche leone è verde.
 - 2.4. Tutte le balene non sono grigie.
-
- 3.1. $\{2; 4\}$
 - 3.2. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
 - 3.3. $\{2; 4\}$
 - 3.4. \emptyset
-
- 4.1. Sì, per la definizione di intersezione.
 - 4.2. No, per la definizione di unione.
 - 4.3. No: può essere sia vero che falso.
 - 4.4. No: può essere sia vero che falso.
-
- 5.1. È una funzione $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ (ad ogni naturale n corrisponde uno e un solo naturale $10n$), ma non è una corrispondenza biunivoca (solo i naturali la cui scrittura decimale finisce con la cifra 0 sono immagini di qualche naturale nella funzione ora considerata).
 - 5.2. È una funzione $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ (ad ogni naturale n corrisponde uno e un solo quadrato), ma non è una corrispondenza biunivoca (solo i quadrati perfetti sono immagini di qualche naturale nella funzione ora vista).
 - 5.3. Non è una funzione $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$: non tutti i naturali hanno una radice quadrata naturale. Non essendo una funzione non può essere una corrispondenza biunivoca.
 - 5.4. È una funzione $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ ed è una corrispondenza biunivoca: la relazione che al naturale n fa corrispondere la radice quadrata del quadrato di n è infatti la relazione che ad ogni naturale fa corrispondere se stesso.