

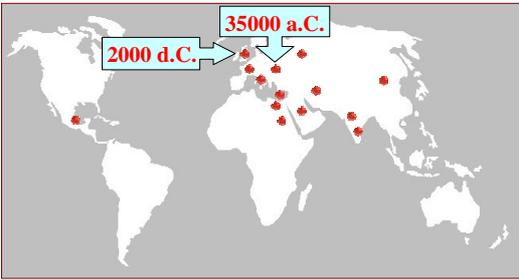
*Udine, Polo Rizzi, 19 gennaio 2007*

## **La Matematica** *tra etnocentrismo e multiculturalità*




**Giorgio T. Bagni**  
Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università di Udine  
[bagni@dimi.uniud.it](mailto:bagni@dimi.uniud.it)  
[www.syllogismos.it](http://www.syllogismos.it)

## **La carta geografica e... i numeri**



- Troviamo ricerche sui numeri in molte parti del mondo. Ma la storia che ci raccontiamo non sarà troppo... **eurocentrica?**

## **Sommario** *Dalla Storia alla Matematica*

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford
- **Primo esempio.** In Cina nel VI secolo a.C. tra numeri e "quadrati magici"
- **Secondo esempio.** Quale Matematica nella Roma antica?
- **Terzo esempio.** Algebra, un percorso tra parole, figure e simboli
- **Quarto esempio.** L'avventura di un indiano a Cambridge: Srinivasa Ramanujan
- Verso una **conclusione** "aperta"

## **La Matematica e la sua storia: una presenza e molte questioni**

- Questioni fondamentali:
- è corretto concepire la storia come un percorso che, attraverso tentativi e rivisitazioni critiche, porti **alla sistemazione moderna?**
- Possiamo cioè riferire l'intera evoluzione storica della Matematica alle nostre attuali concezioni?
- Quale ruolo va attribuito ai **fattori culturali e sociali?**
- Le fasi che consideriamo come momenti di passaggio verso la formazione della Matematica "compiuta" (la nostra), costituivano **la Matematica "compiuta" dell'epoca, in base a concezioni culturali precise.**

## **Storia, insegnamento, apprendimento: alcuni importanti quadri teorici**

- **Gli ostacoli epistemologici (Bachelard, Brousseau):** uno degli scopi degli studi storici è la ricerca dei particolari problemi che devono essere analizzati per comprendere la conoscenza sviluppatasi a partire da essi. Gli ostacoli epistemologici costituiscono una classe di ostacoli a sé stante.
- **Possiamo ipotizzare le seguenti assunzioni:**
- (1) il sapere esiste ed è la soluzione ottimale per alcuni problemi significativi; gli ostacoli epistemologici nella storia si "ripresentano" nella pratica didattica;
- (2) la sfera della conoscenza è separata dalle altre sfere; gli allievi apprendono individualmente.

## **Storia, insegnamento, apprendimento: alcuni importanti quadri teorici**

- **Approccio socio-culturale (Luis Radford):** la conoscenza è collegata alle attività degli individui e deve essere interpretata in relazione con le istituzioni culturali; essa non viene costruita individualmente, ma in un più ampio contesto sociale. **Il ruolo della storia deve tenere presente le diverse situazioni socio-culturali.**
- "La conoscenza è un processo il cui prodotto si ottiene attraverso negoziazioni di significato aventi luogo nell'attività sociale degli individui, **nel contesto culturale in cui gli individui sono inseriti**" (L. Radford, 1997, 31).

## Storia, insegnamento, apprendimento: alcuni importanti quadri teorici

Possiamo ipotizzare le seguenti assunzioni:

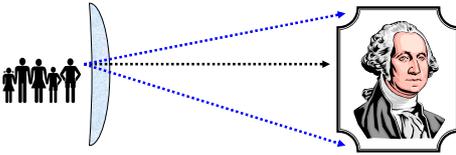
- (1) la conoscenza è collegata alle azioni richieste per risolvere problemi; questi sono affrontati e risolti nei contesti socio-culturali e nei diversi periodi storici;
- (2) la conoscenza viene costruita socialmente; le istituzioni culturali e le convinzioni proprie dell'ambiente influenzano gli allievi.
- Se ci poniamo in questo quadro teorico, come possiamo (dobbiamo) guardare al passato?

## Le moderne concezioni del passato

- Qualsiasi "sforzo di rinunciare alle nostre conoscenze nel tentativo di vedere l'evento storico nella sua purezza non avrebbe successo: **siamo condannati a portarci dietro le nostre moderne concezioni del passato**" (L. Radford, 1997).
- Ma se siamo obbligati a guardare il passato attraverso **una lente non del tutto trasparente**, non ci resta che scegliere tra le due opzioni: o rinunciare ad osservare il passato, per non snaturarlo...
- ...oppure **accettare la presenza di tale lente** e le distorsioni che introduce, tenendo presente che attraverso essa poniamo in contatto **due culture "diverse ma non incommensurabili"** (P. Boero, L. Radford, C. Vasco, 2000).

## Lente e "punto di vista": l'importante è mettere a fuoco... ma che cosa?

- Attraverso la nostra lente **noi** possiamo cercare di comprendere (di interpretare, di valutare) **direttamente il fatto storico**.



- Dobbiamo comprendere **l'ambiente socio-culturale nel quale si inquadra il fatto storico**.

## Sommario

### Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford
- **Primo esempio.** In Cina nel VI secolo a.C. tra numeri e "quadrati magici"
- **Secondo esempio.** Quale Matematica nella Roma antica?
- **Terzo esempio.** Algebra, un percorso tra parole, figure e simboli
- **Quarto esempio.** L'avventura di un indiano a Cambridge: Srinivasa Ramanujan
- Verso una **conclusione "aperta"**

## In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e "quadrati magici"

Lo Shu

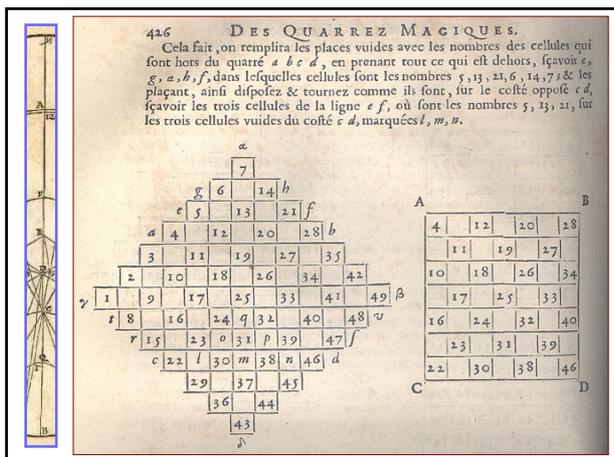
4 e 2 sono le spalle  
8 e 6 sono i piedi  
un 3 sulla sinistra  
un 7 sulla destra  
porta un 9 sulla testa  
è calzato con un 1  
mentre un 5 sta nel mezzo

15	4	9	2
15	3	5	7
15	8	1	6
15	15	15	15

## In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e "quadrati magici"

- Il più antico quadrato magico è il cinese *Lo Shu*.
- È l'unico quadrato magico di ordine 3 (a parte i quadrati simmetrici etc.)
- L'interesse per questi "giochi" si diffuse in Occidente con *Malinconia* di A. Dürer (1514).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605-1675) trovò tutti gli 880 quadrati magici diversi di ordine 4 (pubbl. 1693).





### Confrontiamo la Matematica cinese e la Matematica occidentale

- In conclusione: sarebbe significativo paragonare la Matematica cinese alla Matematica occidentale?
- Se ad un accostamento di tali tradizioni fossero attribuiti intenti di confronto e di valutazione, esso dovrebbe essere esclusivamente basato su criteri comuni ad entrambe le impostazioni culturali.
- Dal punto di vista di una **“valutazione assoluta”**, la Matematica cinese e la Matematica occidentale sarebbero **“incommensurabili”**.
- Tenendo conto del contesto socio-culturale in cui la Matematica cinese si è sviluppata, possiamo ottenere **risultati interessanti**.

### Sommario

#### Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford
- **Prima conclusione.** La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico
- **Secondo esempio.** Quale Matematica nella Roma antica?
- **Terzo esempio.** Algebra, un percorso tra parole, figure e simboli
- **Quarto esempio.** L'avventura di un indiano a Cambridge: Srinivasa Ramanujan
- Verso una **conclusione “aperta”**

### Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

- È anche necessario considerare il contesto socio-culturale del periodo in cui certi saggi sono stati scritti!
- Leggiamo il **Sommario** della voce *Matematica* redatta per l'edizione 1934 dell'*Enciclopedia Italiana* (volume XXII, p. 547) da **F. Enriques** (1871-1946, Direttore della sezione Matematica dell'*Enciclopedia* dal 1925 al 1937, allontanato dall'insegnamento universitario nel 1938 in seguito alle leggi razziali).



### Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

1. *Storia.* 1. La Matematica come scienza razionale
2. Matematiche preelleniche
3. Sviluppo delle Matematiche presso i Greci
4. Le opere classiche
5. Sviluppi ulteriori e decadenza nel periodo ellenistico
6. **Trasmissione attraverso i Romani**
7. Alto Medioevo

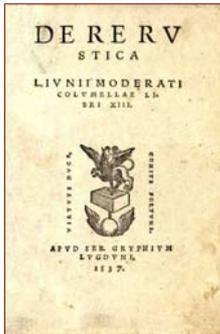
etc.

- Si parla di **“Trasmissione attraverso i Romani”**: dunque ai Romani va riconosciuto un ruolo attivo e in qualche modo positivo nei confronti della Matematica?

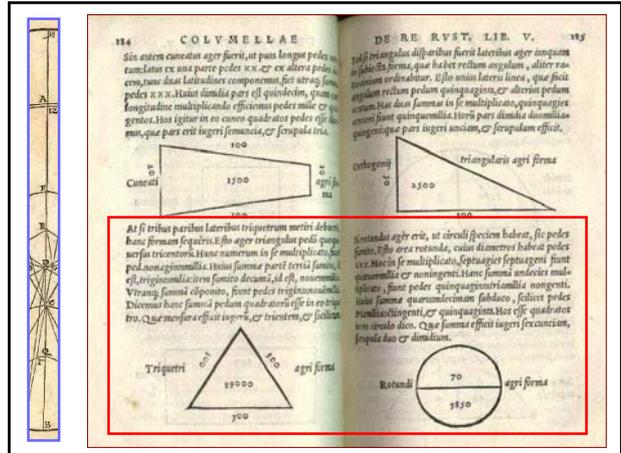
### Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

- Enriques, con riferimento al periodo ellenistico scrive:
- “Gli ultimi secoli videro una decadenza dell'intelletto matematico e anche un ritorno alla mistica dei numeri, massimamente sviluppata dai neopitagorici e dai neoplatonici (...). A queste circostanze si deve che il nome generico *matematici* venga a designare una classe di cabalisti, indovini o magi, **oggetto di dispregio, di terrore e di persecuzioni**” (p. 548).
- Poche righe dopo, l'Autore onestamente riconosce:
- **“I Romani non hanno mai avuto interesse speculativo per le Matematiche”**.

**“Nemo Chrystianorum presbyter non mathematicus” (Volpisco, Saturnali)**



- “La nuova stirpe dominatrice si mostrò **del tutto priva dell’attitudine** di coltivare le discipline che nessuna palese relazione manifestavano con l’arte della guerra e del governare” (G. Loria, nel capitolo intitolato “SPQR”).
- **Lucio G. M. Columella** da Cadice scrisse (62 d.C.) *De Re Rustica*, con elementi di geometria pratica.



**Un esempio di influenza del contesto: “non-matematica” nella Roma antica?**

- Formule approssimate per il calcolo di aree:
  1. per trovare l’area di un triangolo equilatero di lato  $l$ :  
**Area =  $l^2 \cdot 13/30$**   
(con ciò si approssima la radice di 3 con **26/15**)
  2. per trovare l’area di un cerchio di diametro  $d$ :  
**Area =  $d^2 \cdot 11/14$**   
(con ciò si approssima  $\pi$  con **22/7**)
- In entrambi i casi l’approssimazione è per eccesso:  
caso 1: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000740...  
caso 2: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000402...

**Un esempio di influenza del contesto: “non-matematica” nella Roma antica?**

- Columella “al pari degli antichi Egiziani **non [sempre] insegna regole generali, ma lascia al lettore** i desumerle dalle applicazioni” (G. Loria).
- Inoltre: si tratta di approssimazioni valide?
- Forse, ma due secoli e mezzo prima di Columella, un greco-siciliano che perse la vita proprio a causa degli invasori romani aveva messo a punto una tecnica per ottenere **approssimazioni per difetto e per eccesso**: la considerazione di poligoni regolari inscritti e circoscritti.
- **Gli interessi di Archimede non erano solo pratici!**

**Facciamo il punto: Roma e la Grecia**

- |                               |                                      |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| 753 a.C. fond. Roma           | ■ 550 a.C. Talete, Pitagora          |
|                               | ■ 360 a.C. Eudosso                   |
| 510 a.C. Repubblica           | ■ 300 a.C. Euclide                   |
|                               | ■ 225 a.C. Apollonio, Eratostene     |
| 212 a.C. conq. Siracusa       | ■ 212 a.C. Archimede                 |
| 146 a.C. conq. Grecia         | ■ 140 a.C. Ipparco                   |
| 64 a.C. conq. Mesopotamia     |                                      |
| 30 a.C. conq. Egitto          | ■ 100 Nicomaco, 150 Tolomeo          |
|                               | ■ 75 Erone, 250 Diofanto             |
|                               | ■ 320 Pappo, 390 Teone               |
| <b>476</b> caduta impero occ. |                                      |
| ■ <b>S. Boezio (480/524)</b>  | ← <b>l’unico matematico “romano”</b> |

**Rileviamo ancora l’influenza del contesto (storico e storiografico)**

- F. Enriques e G. Loria sono stati indotti (dal contesto politico e culturale) a presentare titoli ambigui: “Trasmissione attraverso i Romani”
- “S.P.Q.R.” (un intero capitolo dedicato a... nulla!)
- Solo nel testo hanno riconosciuto la realtà storica sviluppatasi in un contesto **intrinsecamente non-matematico**.
- “Graecia capta ferum victorem cepit et artes intulit agresti Latio” (Orazio, *Epistole*, 2, 1, 156-157).
- Per le arti, forse, i Romani furono discepoli dei Greci: ma **non certo per quanto riguarda la Matematica!**

### Sommario Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford
- Prima conclusione.** La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico
- Seconda conclusione.** Anche la storiografia risente dell'influenza del contesto socio-culturale
- **Terzo esempio.** Algebra, un percorso tra parole, figure e simboli
- **Quarto esempio.** L'avventura di un indiano a Cambridge: Srinivasa Ramanujan
- Verso una **conclusione** "aperta"

### Il percorso di Nesselmann tra parole, simboli (...e figure)

1 "Algebra" retorica: Egiziani e Babilonesi (2000 a.C.)

"Algebra" geometrica: il II libro degli "Elementi" di Euclide (III sec a.C.)

Diofanto di Alessandria "L'Aritmetica" (III sec.)

Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi "Al-jabr wai mukabalah" (VII sec.)

Algebra sincopata: Cardano, Tartaglia, Bombelli (XV-XVI sec.)

2 La "scansione" di Nesselmann (1842) può essere riconsiderata?

Algebra simbolica: François Viète (1540-1603)

3

### L'antica descrizione retorica di una disequazione

Theorem 13. Proposition 13. In any triangle, the square on the side opposite the obtuse angle is greater than the sum of the squares on the sides containing the obtuse angle, by twice the rectangle contained by the sides containing the obtuse angle, and the square on the side subtending the obtuse angle.

Theorem 14. Proposition 14. In any triangle, the square on the side opposite the acute angle is less than the sum of the squares on the sides containing the acute angle, by twice the rectangle contained by the sides containing the acute angle, and the square on the side subtending the acute angle.

### L'Algebra sincopata

- Con l'Algebra sincopata, in Luca Pacioli (1445-1514), quantità ed operazioni erano abbreviate.
- "Trouame 1.n°. che giunto al suo qdrat° faccia .12" rappresentava l'equazione:  $x+x^2 = 12$
- In Girolamo Cardano (1501-1576): "Qdratu aeqtur 4 rebus p: 32":  $x^2 = 4x+32$
- E con l'opera di François Viète (1540-1603) l'Algebra sarà "finalmente" **simbolica**...

### Ma... non corriamo troppo: Algebra geometrica

- Prop. 1 del II libro degli *Elementi*. "Se si danno due segmenti, e si divide uno di essi in quante parti si voglia, il rettangolo compreso dai due segmenti è equivalente alla somma dei rettangoli compresi dal segmento indiviso e da ciascuna delle parti dell'altro."

$(a+b+c)d = ad+bd+cd$

### Un celebre teorema

- **Proposizione 4 del II libro.** Se si divide a caso un segmento, il quadrato di tutto il segmento è equivalente alla somma dei quadrati delle parti e del doppio del rettangolo compreso dalle parti [stesse].
- La moderna espressione è:  $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$
- ...il "quadrato del binomio"!

PROPOS. 4. THEOR. 4. Si recta linea secta fit vtunque: quod à tota describitur, quadratum, a quale est illis, quæ à segmentis describuntur quadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo.

REcta linea AB, diuisa fit vtunque in C. Dico quadratum totius recte AB, esse æquale quadratis segmentorum AC, CB, & rectangulo comprehenso bis sub dictis segmentis AC, CB. Probatur. Describitur enim super AB [per 46. pri.] quadratum AD, ducaturq; diameter BE. Deinde ex C, ducatur CF [per 31. pri.] parallela recte BD.

## La selezione dei dati storici: è epistemologicamente neutra?

- G. Nesselmann, un secolo e mezzo fa, propose dunque per l'Algebra la celebre scansione in tre fasi:

retorica → sincopata → simbolica

- Ciò fa pensare al *progresso* dell'Algebra (L. Radford) "secondo il quale gli oggetti vengono purificati eliminando da essi tutta la dannosa sostanza fisica"...
- ... ma come si spiega l'**Algebra geometrica**?
- La scansione di Nesselmann **emerge con chiarezza se e solo se consideriamo un ben preciso sottoinsieme dei dati storici disponibili!**

## Facciamo il punto: storia... e geografia

- Abbiamo finora mostrato la necessità di considerare adeguatamente il contesto socio-culturale nella presentazione dei riferimenti storici. Ciò porta ad alcune indicazioni generali:
- la storia della Matematica **non deve essere interpretata come la progressiva "scoperta" di contenuti pre-esistenti, ma come un elemento dell'evoluzione sociale e culturale umana.**
- la storia, inoltre, non può non essere affiancata dalla **geografia**. Ad esempio, come potremmo collegare la Matematica classica a quella tardo-medievale...

## Come collegare la Matematica classica alla tardo-medievale *senza gli Arabi*?

*Matematica greca*  
212 a.C.: Roma conquista Siracusa; morte di Archimede  
*Matematica romana (pressoché insignificante; tuttavia si mantiene viva la tradizione ellenistica)*  
(524: morte di Boezio)

Collegamento: **Matematica araba!**

- La storia della Matematica è la feconda **intersezione di tradizioni diverse.**
- L'ultimo esempio è dedicato a un grande della storia (**delle storie?**) della Matematica del XX secolo...

## Sommario

### Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford

**Prima conclusione.** La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico

**Seconda conclusione.** Anche la storiografia risente dell'influenza del contesto socio-culturale

**Terza conclusione.** Una particolare selezione dei dati storici e geografici può avere influenza decisiva

- **Quarto esempio.** L'avventura di un indiano a Cambridge: Srinivasa Ramanujan

- Verso una **conclusione** "aperta"

## La testimonianza di Hardy



- Presi un taxi per andare a trovare **Ramanujan**. Il numero del taxi era **1729** e mi sembrava un numero... triste.
- "No", rispose dopo un attimo, "è interessante: è il minimo numero esprimibile come somma di cubi in due modi diversi!"

- Infatti possiamo scrivere:  $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$

## Srinivasa Ramanujan: l'avventura di un indiano autodidatta a Cambridge

- La storia di **S.A. Ramanujan (1887-1920)** è senza dubbio entusiasmante.
- Si dedicò ostinatamente alla Matematica a Madras.
- Per interessamento di G.H. Hardy (1877-1947), si recò a Cambridge al Trinity College.
- Tornato in India, morì a soli 33 anni.

சீனிவாசா ராமானுஜன்



## Srinivasa Ramanujan: l'avventura di un indiano autodidatta a Cambridge



- “Il povero e solitario indù che contrapponeva il suo ingegno alla tradizione della saggezza europea” (G.H. Hardy) è oggi considerato **uno dei massimi matematici di tutti i tempi**.
- Lo studio delle sue intuizioni in Teoria dei Numeri ha coinvolto molte decine di matematici.

## Srinivasa Ramanujan: l'avventura di un indiano autodidatta a Cambridge

- “Un pregio che nessuno può negare ai risultati di Ramanujan è la loro profonda, inarrivabile originalità. Se fosse stato formato, inquadrato da giovane, forse avrebbe scoperto molti teoremi nuovi, importanti. **Del resto in questo caso sarebbe diventato più un professore europeo e meno Ramanujan, ma la perdita sarebbe stata maggiore del guadagno**” (Godfrey Harold Hardy).
- **Condividiamo senz'altro la conclusione di Hardy!**
- **Quanti altri Ramanujan** hanno preferito trasformarsi nella figura tradizionale del ricercatore occidentale?

## Sommario

### Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche:** gli ostacoli epistemologici e l'approccio socio-culturale di Radford

**Prima conclusione.** La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico

**Seconda conclusione.** Anche la storiografia risente dell'influenza del contesto socio-culturale

**Terza conclusione.** Una particolare selezione dei dati storici e geografici può avere influenza decisiva

**Quarta conclusione.** Abitudini e tradizioni culturali incidono spesso sulla creazione matematica

- Verso una **conclusione “aperta”**

## Un punto di vista: Wittgenstein

- “Chi crede che certi concetti siano senz'altro quelli giusti e che colui che ne possedesse altri non si renderebbe conto di quello di cui ci rendiamo conto noi, – potrebbe immaginare certi fatti generalissimi della natura in modo diverso da quello in cui noi siamo soliti immaginarli; e **formazioni di concetti diverse da quelle abituali gli diventerebbero comprensibili**” (Wittgenstein, *Ricerche filosofiche*, XII).
- “C'è dunque qualcosa di intrinsecamente fuorviante nell'atteggiamento etnocentrico di chi considera le altre culture come forme più rozze, meno complete e soddisfacenti della cultura propria; come tappe preliminari sulla via maestra che conduce al proprio modo di vivere” (Messeri, 2000, p. 190).

## Un punto di vista: Wittgenstein

- “La prospettiva teorica di Wittgenstein ci rende senz'altro possibile ammettere che esista un modo di organizzare concettualmente l'esperienza che riconosciamo estraneo al nostro schema concettuale, e che tuttavia non abbiamo ragione di considerare meno perfetto quanto a capacità di adattare una vita (la vita di qualcuno) al corso del mondo. (...) Nella prospettiva teorica che egli elabora, l'altro di fronte a noi è in definitiva **lo specchio dell'altro che noi stessi potremmo diventare**” (Messeri, 2000, pp. 190-191).
- “Ho detto che «combatterei» l'altro – ma allora non gli darei forse *ragioni*? Certamente, ma fin dove arrivano? Al termine delle ragioni sta la *persuasione*” (Wittgenstein, *Della Certezza*, 612).

## Matematica, dunque, “multiculturale”

- L'inserimento dei contributi dalla storia delle varie culture deve scongiurare rischi per molti versi opposti:
- da un lato, l'inglobamento di una comunità culturale in un'altra, o nella cosiddetta comunità internazionale, con le conseguenti **perdite di originalità** che possono portare addirittura a fenomeni di sterilizzazione;
- d'altro canto deve essere evitato che la proclamazione delle diversità sia causa di **isolamento culturale**.
- Il confronto dialettico tra gruppi di ricercatori e di studenti appartenenti a tradizioni diverse può invece portare al **reciproco sostanziale arricchimento**, allo stimolo di una visione generale più ampia ed articolata che risulta certamente più feconda.

### Verso una conclusione “aperta”

- La crescente attenzione da parte della comunità scientifica non esaurisce il problema: la creazione di un ambiente culturale in cui i contributi (“storici”, **ma non solo!**) delle varie tradizioni siano visti come veri arricchimenti resta un processo difficoltoso, anche dal punto di vista sociale ed economico.
- Riteniamo che un **corretto approccio culturale**, un approccio ad esempio che tragga origine dal mondo della scuola e che nel mondo della scuola possa radicarsi, costituisca una premessa importante per la nascita di una mentalità tesa a valorizzare **“la diversità, piuttosto che l’universalità”** (L. Grugnetti, L. Rogers, 2000).

- «Persone con un sistema concettuale diverso dal nostro possono comprendere il mondo in maniera molto diversa dalla nostra. Quindi possono avere un insieme di verità diverso da quello che abbiamo noi» (R. Lakoff, M. Johnson, 1998, p. 221).
- «La verità è relativa alla comprensione, che significa che non vi è alcun punto di vista da cui ottenere verità assolute e oggettive sul mondo. Ciò non significa che non vi siano verità; significa che la verità è relativa al nostro sistema concettuale, fondato sulle nostre esperienze» (p. 236).
- «Quando le persone che si parlano non hanno in comune la stessa cultura, conoscenza, valori e assunzioni, la comprensione reciproca è possibile attraverso la negoziazione del significato» (p. 283).

**A tutti Voi  
grazie  
dell’attenzione**

Grazie a  
**Luis Radford (Ontario)  
David Tall (Warwick)**

Per risorse, materiali e  
indicazioni bibliografiche  
si può consultare il sito:  
[www.syllogismos.it](http://www.syllogismos.it)

