

Progetto Alice, 21, 393–423 (2006)

**Linguaggio, logica e matematica a cento anni dalla
pubblicazione di *On denoting* di B. Russell**

Giorgio T. Bagni

Riassunto L'articolo "On denoting" di B. Russell è una pietra miliare per la riflessione sul linguaggio. Esamineremo le reazioni degli allievi ad una frase ispirata da tale esempio e ad una espressa nel linguaggio matematico. I dati possono essere interpretati rispetto ai concetti di verità e di razionalità, in modo da proporre riflessioni che spostano "lo standard dell'obiettività epistemica dalla certezza privata (...) alla pratica pubblica della giustificazione in una comunità di comunicazione" (J. Habermas).

Abstract The article "On denoting" by B. Russell is a milestone for the reflection on the language. We'll examine pupils' reactions either to a sentence inspired by this example or to a statement in mathematical language. Our data can be interpreted with reference to the concepts of truth and rationality, so that we propose reflections that shift "the standard of epistemic objectivity from the private certainty (...) to the public practice of justification within a communicative community" (J. Habermas).

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Udine

Una premessa storica: dalla *classe vuota* alla *suppositio*

“[Le proposizioni] che hanno termini che suppongono similmente e correttamente sono subalterne nel quadrato logico. (...) Dico ‘termini che suppongono correttamente’ perché gli estremi devono stare esplicitamente o implicitamente proprio per la stessa cosa.”

Paolo Veneto (in: Bocheński, 1972, I, p. 292)

Introdurremo il nostro lavoro con alcuni riferimenti storici (Kneale & Kneale, 1972; Bagni, 1997, p. 61). Consideriamo ad esempio i seguenti sillogismi, aventi identica struttura:

<i>Tutti i Ciclopi sono bipedi</i>	<i>Tutti i cittadini ateniesi sono bipedi</i>
<i>Tutti i bipedi sono esseri viventi</i>	<i>Tutti i bipedi sono esseri viventi</i>
<hr/>	<hr/>
<i>Qualche essere vivente è un Ciclope</i>	<i>Qualche essere vivente è un cittadino ateniese</i>

Il secondo di essi appare corretto, ma il primo presenta una conclusione inaccettabile. La difficoltà consiste nella presenza, nel primo sillogismo, di una «classe vuota» (quella dei mitologici Ciclopi), mentre l’analoga classe del secondo (quella dei cittadini ateniesi) non è vuota. Un esame attento ci porta a notare tuttavia che i riferimenti ai Ciclopi non sono equivalenti: nella premessa si parla dei Ciclopi in senso mitologico, mentre nella conclusione il ruolo del termine *Ciclope* è attuale (si afferma l’esistenza di Ciclopi tra gli esseri viventi); i riferimenti ai cittadini ateniesi nel secondo sillogismo, invece, appaiono equivalenti: indicano elementi di una classe non vuota.

Quanto presentato richiama un altro aspetto della logica medievale (ad esempio ricordiamo Vincenzo Ferreri, 1350-1419; Bocheński, 1972, I, p. 290): Guglielmo di Shyreswood introdusse la *supposizione*:

“Il significato è la rappresentazione [*praesentatio*] di una forma all’intelletto. La supposizione è la coordinazione [*ordinatio*] di un concetto sotto un altro” (trad. in: Bocheński, 1972, I, p. 217).

Il significato riferisce direttamente un termine ad un oggetto e la *suppositio* considera il rapporto del termine, già significante, con gli altri elementi presenti nella proposizione in cui compare (anche Pietro Ispano, nelle proprie *Summulae logicales*, colse la differenza tra la *significatio* e la *suppositio*: Geymonat, 1970, I, p. 549); nella *Summa Logicae* (I, 63, 2) Guglielmo di Ockham (1281-1349) notò che la supposizione “è una proprietà che appartiene

ai termini, ma soltanto in quanto [compaiono] in una proposizione” (trad. in: Bocheński, 1972, I, p. 219) e ciò porta ad affermare che la *suppositio* di un termine è “l’uso di tale termine entro una proposizione secondo una ben determinata accezione di esso” (Geymonat, 1970, I, p. 549).

Il riferimento di un termine al contesto della proposizione portò i logici medievali a considerare molti tipi di supposizione, ovvero molte funzioni semantiche e sintattiche. La *suppositio* “può essere *propria* oppure *impropria*, come quando il termine viene impiegato in uno dei vari usi figurati (metaforico, metonimico, antonomastico e così via)” (Vattimo, 1993, p. 640). Per quanto riguarda la *suppositio* propria, un’antica distinzione è quella tra *suppositio materialis* e *formalis*: la prima è l’uso del termine volto ad indicare se stesso (“homo est nomen”), mentre la seconda indica l’oggetto designato, come in “homo est animal” (e si tratta di una classificazione “che precorre la moderna distinzione tra uso e menzione di un termine”: Vattimo, 1993, p. 640). I diversi autori indicarono molte classificazioni per i vari tipi di supposizione, utilizzando talvolta le stesse espressioni (Bocheński, 1972, I, pp. 219-230).

Quadro teorico

“Una proposizione, considerata come un fatto a sé, può essere un insieme di parole che un soggetto dice fra sé e sé, o un’immagine complessa, o una sequenza d’immagini che passano per la sua mente, o un insieme di incipienti movimenti del corpo. Le possibilità sono innumerevoli. La proposizione quale fatto a sé (ad esempio, l’insieme attuale di parole che il soggetto pronuncia fra sé e sé) non è rilevante per la logica.”

B. Russell (pref. a: Wittgenstein, 1964, p. 16)

La breve introduzione storica conferma che “quasi tutti i problemi più sottili e interessanti della filosofia del linguaggio contemporanea furono formulati e affrontati per la prima volta nel medioevo” (nelle parole di G. Vattimo, 1993, p. 640). Esamineremo ora alcuni aspetti del pensiero di studiosi più vicini a noi che, unitamente al citato riferimento alla *supposizione*, ci saranno utili per interpretare i dati sperimentali. Inizieremo dalla celebre memoria *On denoting* di Bertrand Russell (1872-1970) della quale alcuni mesi fa è stato ricordato il centenario della pubblicazione (1905), con il suo collegamento storico alle riflessioni di Meinong e, particolarmente, di Frege; alcune posizioni di Wittgenstein, Quine e Brandom ci serviranno quindi per inquadrare le impostazioni di Apel e di Habermas, centrali per la nostra ricerca.

Frege e Russell

Consideriamo innanzitutto alcune riflessioni sulle “descrizioni definite” (Penco, 2004, p. 54), a proposito delle quali confronteremo le idee di Gottlob Frege (1848-1925) e di Russell. Introduciamo il problema ricordando l’impostazione di Alexius Meinong (1853-1920), mirante all’elaborazione sistematica di una tipologia delle forme di oggettualità; egli affermava che “ciò che è destinato ad essere oggetto di conoscenza non deve per questo necessariamente esistere” (Meinong, 2003, p. 27). Anche a ciò, come vedremo, si oppose Russell (Orilia, 2002; la *Russell versus Meinong Conference: 100 years after On Denoting* è stata recentemente organizzata dal B. Russell Research Centre, McMaster University, Hamilton, Canada, 14-18/5/2005).

L’approccio teorico fregeano merita una presentazione dettagliata. In *Über Sinn und Bedeutung* (risalente al 1892: Frege, 2001) Frege introduce, per ogni espressione linguistica:

- “Sinn” cioè: il “Senso”
- “Bedeutung” cioè: il “Significato” (spesso anche “Denotazione”)

Ci sono naturalmente diversi tipi di espressioni linguistiche; possiamo considerare, ad esempio, i termini singolari, i predicati, gli enunciati. Per ciascuno di essi è quindi necessario specificare “senso” e “significato”.

Consideriamo inizialmente il caso di un termine singolare come “Dante” (nome proprio) o come “l’autore della *Divina Commedia*” (descrizione definita). In entrambi i casi, il significato è l’uomo Dante Alighieri in carne ed ossa. Il senso è il modo in cui il termine singolare in questione viene dato: sarebbe infatti diverso dire “l’autore della *Divina Commedia*” o “l’autore del *Convivio*”. È solo grazie al loro senso che le espressioni hanno un significato: se un nome è privo di senso non si può ovviamente determinare di quale oggetto esso è il nome (Casalegno, 1997).

Sottolineiamo che la distinzione tra senso e significato, immediata nel caso di una descrizione definita, vale anche per un nome proprio, che può considerarsi l’abbreviazione di una descrizione definita. Purtroppo con lo stesso nome persone diverse possono abbreviare diverse descrizioni definite: ad esempio, con “Dante” persone diverse possono intendere “l’autore della *Divina Commedia*”, “l’allievo di Brunetto Latini che cantò Beatrice” etc. Il problema è ineliminabile nel linguaggio naturale, mentre, per Frege, in un linguaggio artificiale tale ambiguità di senso potrebbe essere evitata.

Anche la distinzione tra senso e significato nel caso dei predicati e degli enunciati, pur non essendo centrale per quanto riguarda il focus del presente

lavoro, è assai interessante per inquadrare la straordinaria organicità della classica impostazione fregeana e merita almeno un accenno.

Un predicato, per Frege, è una funzione. È importante osservare che Frege considerava la funzione alla stregua di un “ente” incompleto (“insaturo”); le funzioni, cioè, sono entità, ma dotate di uno statuto ontologico diverso da quello degli “oggetti”: un oggetto è un’entità “satura”, un numero particolare, ad esempio “12”, è dunque un oggetto dotato di una sua “compiutezza”. Una funzione come “il triplo di x ”, che spesso viene espressa simbolicamente con $f(x) = 3x$, per Frege non rappresenta un (singolo) oggetto. Lo rappresenterà solo quando a x verrà sostituito un elemento del dominio: ad esempio, se poniamo $x = 4$, allora $f(x) = f(4) = 3 \cdot 4 = 12$.

Ad esempio, potremmo scrivere il predicato “ x è un uomo” nella forma uomo (x). Tale funzione, “saturata” con una particolare x , assume uno e uno solo tra i due valori di verità, vero o falso. Ad esempio:

- uomo (Dante) è vero (l’enunciato “Dante è un uomo” è vero)
- uomo (il gatto Tom) è falso (“il gatto Tom è un uomo” è falso)

Il significato del predicato è il concetto stesso che viene espresso; il senso è il “modo di presentazione” del concetto. Infatti lo stesso concetto (uomo) può essere espresso in modi diversi (*animale razionale* o *bipede implume* etc.). Quando “saturiamo” un predicato $P(x)$ sostituendo a x un particolare elemento, otteniamo un enunciato e a tale enunciato corrisponde un valore di verità.

Per un enunciato, quindi, nelle parole di Frege, il senso è il “pensiero” (*Gedanke*); il significato è il valore di verità. Ciò ci porta ad affermare che ogni enunciato vero può essere considerato come (un) “nome del vero” ed ogni enunciato falso come (un) “nome del falso”. Dunque “vero” e “falso”, per Frege, sono “oggetti” e gli enunciati sono i nomi di tali “oggetti” (intendendo come “oggetti” delle entità che possono essere argomenti o valori di una funzione).

Un’osservazione interessante può essere collegata all’estensione di un predicato. Chiamiamo estensione di un predicato $P(x)$ l’insieme di tutti gli oggetti x tali che $P(x) = \text{vero}$. Ad esempio, l’estensione del predicato “ x è un uomo”, ovvero uomo (x), è l’insieme costituito da tutti e soltanto gli uomini.

Abbiamo sopra accennato che il significato di un predicato il concetto è una funzione $F(x)$ tale che:

- se x appartiene all’estensione di P : $F(x) = \text{vero}$
- se x non appartiene all’estensione di P : $F(x) = \text{falso}$

Potremmo infine chiederci (seguendo Casalegno, 1997): perché Frege non identifica direttamente il significato di un predicato con la relativa estensione? La risposta si collega a un punto chiave dell'impostazione di Frege: il *principio di composizionalità*, secondo il quale il significato di una qualsiasi espressione si ottiene componendo i significati delle espressioni semplici da cui è costituita. Ora, identificando il significato del predicato con l'estensione, tale significato verrebbe ad essere un "oggetto" (un insieme), mentre per Frege è preferibile che il significato dell'enunciato (il valore di verità) sia ottenuto operando per "saturazione" sul significato del predicato, che è componente dell'enunciato.

L'approccio di Frege si basa dunque sul principio di composizionalità (Frege, 1992, p. 36), ed applicando tale principio un enunciato che contiene un termine senza significato (o riferimento, o denotazione) viene ad essere anch'esso privo di significato, quindi privo di valore di verità: ad esempio, un enunciato riferito ad una persona inesistente va considerato né vero né falso. Secondo Russell, invece, gli enunciati che contengono descrizioni definite (come *l'attuale presidente della Repubblica Italiana*) sottintendono l'esistenza e l'unicità dell'individuo (*Carlo Azeglio Ciampi*) che possiede la proprietà considerata, almeno al momento in cui la frase è pronunciata. Il problema è che non tutte le descrizioni definite (compresi i nomi propri) si riferiscono a individui esistenti: parlando di *Ares* o citando *il padre di Phobos e Deimos* non ci riferiamo ad un individuo esistente o esistito.

Per evitare ambiguità, nella memoria intitolata *On denoting*, pubblicata su *Mind* cento anni fa, Russell propose di rendere esplicita la forma logica di una descrizione definita. In tale modo un enunciato come *il padre di Phobos e Deimos è il dio greco della guerra* verrebbe ad essere *esiste ed è unico il padre di Phobos e Deimos e tale individuo è il dio greco della guerra*. La diversità degli approcci di Frege e di Russell appare evidente quando si considerino frasi come *l'attuale re di Francia è calvo* (*The King of France is bald*). Per Frege essa non sarebbe vera né falsa in quanto contenente un termine senza riferimento; per Russell invece è falsa, perché può essere scritta: *L'attuale re di Francia esiste ed è unico ed è calvo* (Wittgenstein accennerà ad una posizione vicina a questa: "Avevo in mente qualcosa del genere della definizione che Russell aveva dato dell'articolo determinativo": Wittgenstein, 1990, p. 173).

Si noti che Frege, in *Über Sinn und Bedeutung*, aveva già affrontato il problema posto da Russell in *On Denoting*. Egli si era chiesto se l'enunciato:

- (a) *Lo scopritore della forma ellittica dell'orbita dei pianeti morì in miseria*

includa o meno il pensiero espresso da:

- (b) *Ci fu uno (e un solo) scienziato che scoprì la forma ellittica dell'orbita dei pianeti.*

Frege rispose negativamente e giustificò tale posizione con un'interessante argomentazione, che riassumiamo (seguendo Casalegno, 1997). È immediato notare che se (a) è vero, anche (b) è vero. Dunque se (b) è falso, (a) non può essere vero: (a) potrebbe essere o falso o privo di valore di verità. Ora, se riteniamo che il pensiero di (b) sia incluso in (a) dobbiamo dire che se (b) è falso anche (a) è falso. Ma se (a) fosse falso, sarebbe vera la sua negazione:

- (c) *Lo scopritore della forma ellittica dell'orbita dei pianeti non morì in miseria*

È però molto difficile accettare il fatto che il nostro astronomo inesistente sia morto ricco, dunque Frege sceglie di negare che (a) includa il pensiero espresso da (b).

Russell contesta questa argomentazione, osservando che:

- (c) *Lo scopritore della forma ellittica dell'orbita dei pianeti non morì in miseria*

non è (sempre) la negazione di:

- (a) *Lo scopritore della forma ellittica dell'orbita dei pianeti morì in miseria*

Infatti la parola “non” può essere considerata come parte integrante del predicato (“...non morì in miseria”) oppure può essere premessa all'intera frase (“non è vero che lo scopritore...”). Frege, secondo Russell, non avrebbe tenuto conto di tale importante aspetto.

Quasi mezzo secolo dopo la pubblicazione della celebre memoria di Russell, Peter Frederick Strawson (1950) sottolinea un'importante distinzione tra l'espressione linguistica, cioè la sequenza tipo di parole (*sentence*) e il proferimento, cioè l'uso della frase in un contesto (*utterance*). Ciò porta a distinguere tra *denotazione* e *riferimento* (talvolta considerati sinonimi ed equivalenti a *significato*): la denotazione riguarda la relazione tra l'espressione e ciò che denota (tenendo conto delle convenzioni e delle regole linguistiche); il riferimento riguarda la relazione tra l'espressione e ciò a cui il parlante intende riferirsi (Bonomi, 1973; Penco, 2004, p. 84). Nell'analisi della frase *l'attuale re di Francia è calvo*, Russell si riferisce esclusivamente alla denotazione; Frege considera invece anche l'intenzione del parlante di riferirsi ad un oggetto che, in effetti, non esiste e conclude che la frase è priva di valore

di verità perché tale riferimento è evidentemente impossibile. Un ideale collegamento con la *suppositio* medievale apparirebbe dunque appropriato: una supposizione diversa, che facesse riferimento ad un contesto fantastico, ad esempio ad una leggenda o ad una recita teatrale in cui il re di Francia sia (attualmente) calvo, potrebbe portare a situazioni interessanti (ricordiamo comunque che anche per Frege le parole hanno significato solo nel contesto di una proposizione: ad esempio con *Phobos e Deimos* potremmo riferirci ai gemelli figli di Ares e di Afrodite o ai satelliti del pianeta Marte: Frege, 1992).

Wittgenstein: dal "Tractatus" alle "Ricerche filosofiche"

“Non posso modificare il modo d’impiego di un’espressione senza modificarne anche il significato. Ma allora è fuorviante dire: «L’espressione *deve* avere un significato diverso se usata in maniera diversa». Essa semplicemente *ha* un altro significato, l’uso diverso è il significato diverso.”

L. Wittgenstein (1982, p. 200)

“«Ma allora questo contare è solo un *uso*? A questa successione non corrisponde anche una verità?» – La *verità* è che questo contare ha dato buoni risultati. (...) Della successione naturale dei numeri – così come del nostro linguaggio – non si può dire che è vera, ma soltanto che è utile, e, innanzi tutto, che *viene impiegata*.”

L. Wittgenstein (1971, I, n. 4)

“L’asserzione: la prova ci convince della verità di questa proposizione, ci lascia freddi – perché quest’espressione è capace delle più diverse interpretazioni.”

L. Wittgenstein (1971, II, n. 25)

La posizione di uno dei più celebri allievi di Russell, Ludwig Wittgenstein (1889-1951), è complessa, in quanto deve essere distinta in (almeno) due fasi successive per molti versi opposte l’una all’altra. Nel *Tractatus logico-philosophicus* (ultimato nel 1918, come si evince da una lettera dell’Autore a Russell del 13 marzo 1919, e pubblicato nel 1921 con una prefazione dello stesso Russell) sono riprese (a volte criticamente) e sviluppate le idee di Frege e di Russell: mentre Frege ritiene il linguaggio naturale inevitabilmente imperfetto, Russell mira a rivelarne la forma logica sottostante (Russell, 1910) e Wittgenstein afferma che “tutte le proposizioni del nostro linguaggio comune sono di fatto, così come esse sono, in perfetto ordine logico” (Wittgenstein,

1964, n. 5.5563; notiamo tuttavia che la posizione di Wittgenstein, anche restando nell'ambito del *Tractatus*, rivela qualche tensione: Marconi, 2000, p. 54). Dunque se il linguaggio "ci inganna o ci appare ambiguo è perché la sua essenza o la sua vera forma logica ci sono nascoste" (Penco, 2004, p. 60).

Diversa è l'impostazione del secondo Wittgenstein (le *Ricerche filosofiche* furono pubblicate postume nel 1953): il significato di una parola è identificato nel suo uso in un contesto. Viene ad essere fondamentale il concetto di «gioco linguistico», un contesto di azioni e parole in cui un'espressione assume significato (Bagni, 2006): un gioco linguistico è sia uno strumento per lo studio del linguaggio che il "dato da cui partire: si può parlare del linguaggio non cercando la sua essenza come nel *Tractatus*, ma descrivendo differenze e somiglianze dei giochi linguistici" (Penco, 2004, p. 105; i tratti di continuità tra il primo e il secondo Wittgenstein sono studiati in: Marconi, 2000, pp. 95-101). E Hilary Putnam, sviluppando questa impostazione, conclude che il significato di una parola è distribuito nella comunità dei parlanti (Putnam, 1992).

Anticipiamo una nota di Habermas che riprenderemo:

"Col suo ricorso descrittivo all'uso della lingua acquisito attualmente, Wittgenstein livella, nel contempo, la dimensione cognitiva del linguaggio. Non appena le condizioni di verità che bisogna conoscere per poter impiegare correttamente proposizioni assertorie vengono ormai desunte soltanto dalla prassi linguistica *cui ci si è assuefatti*, scompare la differenza tra validità e valore sociale" (Habermas, 2001, p. 80).

Viene dunque suggerita sin d'ora una revisione dei concetti di «validità» e di «verità» (Cirrone, 1997). La posizione di Habermas deve essere considerata prudentemente critica:

"Ciò che riteniamo giustificato (...) non è una funzione delle abitudini di vita, bensì una questione di fondabilità" (Habermas, 1985, p. 80).

ma prima di tornare su questo punto, assolutamente essenziale, esaminiamo altre questioni.

Alcuni spunti da Quine e da Brandom

Da Willard Van Orman Quine (1908-2000) riprendiamo un riferimento alle modalità *de dicto* e *de re* (Quine, 1960; Kneale, 1962): "la credenza *de re* è la credenza di un parlante riguardo a certe proprietà di un determinato oggetto nel mondo; la credenza *de dicto* è la credenza di un parlante rispetto ad una proposizione" (Penco, 2004, p. 161; per la differenza tra l'approccio moderno e quello medievale: von Wright, 1951, pp. 25-28 e Prior, 1955, pp. 209-215). Ad

esempio, la proposizione *Pierino crede che Ares sia il dio greco della guerra*, che esprime una credenza *de dicto*, non può essere sostituita con *Pierino crede che il padre di Phobos e Deimos sia il dio greco della guerra*: Pierino potrebbe infatti non identificare *Ares* con *il padre di Phobos e Deimos*. Ma la proposizione *di Ares Pierino crede che sia il dio greco della guerra*, che esprime una credenza *de re*, può essere sostituita con *del padre di Phobos e Deimos Pierino crede che sia il dio greco della guerra*, dove chi parla ha identificato *Ares* in un modo che potrebbe essere sconosciuto a Pierino. Fenomeni simili, propri della lingua naturale, erano stati esaminati da Frege in *Senso e riferimento* (Frege, 2001; Origgi, 2000, pp. 110-123): ci serviranno, unitamente ad alcune idee di Robert Brandom, per interpretare i dati.

Brandom cerca di dare sistematicità all'impostazione di Wittgenstein, ma lo critica per l'idea di linguaggio che emerge da alcuni esempi (come quello, celebre, dei muratori: Wittgenstein, 1999, p. 10) che porterebbero a una visione del linguaggio priva di dimensione inferenziale; dunque ai giochi linguistici di Wittgenstein viene sostituito il «gioco di chiedere e dare ragioni» (Brandom, 1994 e 2002). Anche se tale critica può essere rovesciata, in quanto la concezione di linguaggio di Brandom appare restrittiva (trascura fenomeni collegati ad aspetti del linguaggio come chiamare, comandare etc.), riteniamo tale impostazione rilevante per la nostra ricerca: Habermas osserva, riferendosi a Brandom, che «fa parte della grammatica dell'espressione «sapere» il fatto che tutto quanto sappiamo può essere criticato e motivato»; e che Brandom «concepisce la prassi discorsiva più come generatrice di concetti che come ostaggio di un sapere ereditato a priori» (Habermas, 2001, pp. 102 e 140).

La posizione di Brandom può ricondursi a un «individualismo metodico» (secondo cui la comunicazione avviene tra singoli e non all'interno di una vasta comunità) che si lega a un «realismo concettuale» (Habermas, 2004, p. 171: in questo senso non aderiamo all'originale impostazione di Brandom). Non possiamo tuttavia eludere i problemi connessi al significato e ad «un concetto di referenza che spieghi in che modo noi possiamo riferirci allo stesso oggetto (o a oggetti della stessa specie) in base a descrizioni teoretiche diverse» (Habermas, 2001, p. 13).

La possibilità di sostituire descrizioni diverse (e con riferimento alla matematica si può citare il *Tractatus*: Wittgenstein, 1964, nn. 6.23-6.24) porta Brandom a riflessioni importanti:

“Supporre che un'espressione venga usata per segnalare un oggetto è supporre che quello *stesso* oggetto poteva essere segnalato in qualche *altro*

modo – che sono regolari certe sostituzioni, che salvaguardano l’impegno, concernenti quell’espressione” (Brandom, 1994, p. 430).

Essendo il significato di un enunciato collegato alle “diverse prospettive con cui i parlanti si impegnano sulla rete di inferenza a esso connesse” (Penco, 2004, p. 190), sono “regolari”, nelle parole di Brandom, le “sostituzioni” delle descrizioni di un oggetto “che salvaguardano l’impegno”. Nel caso delle modalità *de dicto* e *de re* può essere necessario sottolineare una differenza di atteggiamento da parte del parlante: ad esempio, una modalità *de dicto* (*Carletto non crede che Ares sia il dio della guerra*) potrebbe almeno in parte impegnare il parlante che riferisce l’opinione; ma una modalità *de re* (*di Ares Carletto non crede che sia il dio della guerra*) sottolinea che il parlante prende le distanze dall’opinione riferita. Nel primo caso una sostituzione porta ad una frase incomprensibile (*Carletto non crede che il dio della guerra sia il dio della guerra*), mentre nel secondo la sostituzione appare possibile (*del dio della guerra Carletto non crede che sia il dio della guerra*: Penco, 2004, p. 191).

Apel e Habermas

“La razionalità di un giudizio non implica la sua verità, bensì soltanto la sua motivata accettabilità in un dato contesto.”

J. Habermas (2001, p. 102)

Secondo Karl-Otto Apel (1987), ogni parlante fa implicitamente riferimento a condizioni di comprensibilità (nel rispetto delle regole grammaticali), verità (rapporto semantico tra ciò che si dice e la realtà), veridicità (espressione corretta dello stato del parlante) e giustizia (rispetto delle norme della comunità). Emergono così le condizioni della comunicazione «ideale» che, pur non realizzandosi in pratica, assume il ruolo di principio regolativo: l’imparzialità della discussione e il raggiungimento di un’intesa dipendono da tali condizioni (è interessante un paragone con la “discussione razionale” in Lakoff & Johnson, 1998, p. 111, distinta dalla “conversazione”, p. 102; ma la metafora concettuale “la discussione è una guerra”, p. 22, per la quale “l’unico modo di garantirsi la vittoria è quello di riuscire a sconfiggere tutti i possibili avversari e portare sulle proprie posizioni le parti neutrali”, p. 102, focalizza la questione più sul “combattimento verbale”, p. 23, che sulla ricerca e sul raggiungimento di un accordo).

Jürgen Habermas distingue “la verità di un’asserzione” dalla sua “affermabilità razionale” (Habermas, 2001, p. 11) e riprende l’impostazione di

Apel (peraltro criticata in: Davidson, 1990) per sottolineare la fondamentale possibilità di partecipazione ad un discorso «ideale»:

“Il predicato «giusto», a differenza del predicato di verità, esaurisce il suo significato nella «accettabilità idealmente giustificata». Mentre alla validità prescrittiva delle asserzioni morali mancano le connotazioni ontologiche della validità veritativa, al posto del riferimento, trascendente la giustificazione, al mondo oggettivo subentra l'idea regolativa della reciproca inclusione di estranei in un mondo inclusivo – e pertanto universale – di ben ordinate relazioni interpersonali. (...) Possiamo intendere la «giustizia» in analogia con la «verità», come validità incondizionata, nonostante il suo significato immanente alla giustificazione. La chiave appropriata per questa spiegazione è offerta dalle esigenti condizioni di comunicazione che richiedono ai partecipanti ai discorsi pratici la creazione di una comune prospettiva di imparzialità autocritica” (Habermas, 2001, p. 279).

La “validità intersoggettiva” non deriva solo da una “convergenza *osservata* tra pensieri o rappresentazioni di persone diverse” e “l'autorità epistemica passa dal soggetto conoscente, che attinge i criteri dell'oggettività dell'esperienza da se stesso, alla prassi di giustificazione di una comunità linguistica” (Habermas, 2001, p. 238). La struttura del discorso “crea una connessione tra le strutture di razionalità ramificate del sapere, dell'agire e del parlare in quanto in certo senso *riunisce insieme* le radici proposizionali, teleologiche e comunicative” (Habermas, 2001, p. 99).

Sono considerate tre radici della razionalità: alla razionalità epistemica (Cassirer, 1958, III, p. 329) si affiancano quella teleologica e quella comunicativa:

“Noi applichiamo il predicato «razionale» in prima linea a opzioni, azioni ed enunciazioni linguistiche perché nella struttura proposizionale del conoscere, in quella teleologica dell'agire e in quella comunicativa del parlare ci imbattiamo in *radici diverse di razionalità*. (...) La razionalità comunicativa non forma la struttura *onnicomprensiva*, bensì una delle tre strutture nucleari, che peraltro, tramite la razionalità discorsiva – proveniente dalla razionalità comunicativa –, sono reciprocamente intrecciate” (Habermas, 2001, p. 99).

Le considerazioni habermasiane sulla «giustizia», sulla «verità» e sulla «razionalità» saranno importanti nell'interpretazione dei dati sperimentali sui quali si basa la nostra ricerca.

Metodologia dell'esperienza didattica

“In una dimostrazione ci accordiamo con qualcuno. Se non ci accordiamo, le nostre strade si dividono prima ancora che siamo riusciti ad entrare in rapporto per mezzo di questo linguaggio.”

L. Wittgenstein (1971, I, n. 66)

Il presente lavoro prevede l'analisi di un'esperienza didattica avente lo scopo di esaminare le reazioni di un gruppo di studenti di 15-16 anni frequentanti la V classe di un *Ginnasio-Liceo Classico*, a Treviso (Italia) posti di fronte ad una domanda riguardante la verità di due frasi per alcuni versi simili a *The King of France is bald* (Russell, 1905). Agli allievi era stata informalmente presentata la nozione di proposizione come «affermazione che assume uno e un solo valore di verità» (erano dunque state escluse, ad esempio, frasi dalla struttura non assertoria o frasi con predicati collegati a valutazioni soggettive).

Nel corso di una lezione, in aula, dopo avere suddiviso a caso gli studenti in gruppi di tre allievi ciascuno, in un'occasione non valutativa, lo sperimentatore (che non era l'insegnante della classe considerata, il quale era comunque presente in aula) ha proposto agli studenti due frasi; di ciascuna di esse i gruppi sono stati invitati a stabilire la verità o la falsità, dopo aver eventualmente discusso, all'interno dei vari gruppi, le risposte da dare.

La domanda è stata posta avendo cura di non suggerire rigidamente un'alternativa («vero o falso?») tale da forzare gli studenti a dare una risposta. Come vedremo, la prima frase (*Il re degli abitanti della Luna è calvo*) richiama direttamente il celebre esempio di Russell; dopo aver lasciato alcuni minuti per la discussione è stata aggiunta la seconda frase (*$1/0+1/0+1$ è dispari*) che intende valutare l'influenza del linguaggio algebrico.

Dati sperimentali

“Con la svolta linguistica l'autorità epistemica passa dalle private esperienze vissute da un soggetto alla prassi pubblica della comunità linguistica.”

J. Habermas (2001, p. 136)

Lo sperimentatore scrive alla lavagna (avverte che dopo dieci minuti sarà aggiunta la frase 2):

Per ciascuna delle frasi seguenti stabilite: si tratta di una frase vera? Si tratta di una frase falsa?

(1) *Il re degli abitanti della Luna è calvo* (2) ...

Concordate le risposte nei gruppi e scrivetele su di un foglio.

Riportiamo la trascrizione della discussione sviluppatasi nel gruppo costituito da A., B., C. (le iniziali sono state modificate per ragioni deontologiche):

- [01] A.: (*sorridendo*) “Che roba è?”
- [02] B.: (*rilegge la frase sottovoce*) “Il re degli abitanti della luna è calvo.”
- [03] A.: “Cosa vuol dire il re della luna?”
- [04] C.: “Beh, direi la luna è come se non avesse i capelli, magari se era il sole, coi raggi...”
- [05] B.: (*in tono ironico*) “Scusa, ma che cosa dici?”
- [06] C.: “No, no, era per dire, non esistono gli abitanti della luna. Se ci fossero potrei dire qualcosa.”
- [07] B.: (*guardandosi intorno*) “Ma in che senso se è vera o falsa?”
- [08] A.: “Ma che ne so io chi sono gli abitanti della luna, e poi, dai, non ci sono mica gli abitanti della luna e allora non c’è il re.”
- [09] B.: “Allora falsa.”
- [10] C.: “Non è facile come sembra, secondo me c’è qualcosa sotto. Giocano sulle parole per non far capire, leggiamo bene. Il re non c’è, e gli abitanti, cosa vuol dire abitante? Sulla luna non c’è nessuno, allora il re della luna è la luna.”
- [11] A.: “Potrebbero esserci dei microrganismi, una cosa che non si vede, un’entità diversa da noi.”
- [12] C.: (*gesticolando, rivolto a tutti*) “O pensa se qualcuno ha visto un astronauta col casco che può sembrare calvo e poi lo racconta, allora magari è vero.”
- [13] A.: (*deciso*) “Cosa c’entra, ma no, dice gli abitanti della luna, non è che dice la luna o il re della luna è falso, cioè calvo. Bisogna vedere gli abitanti e poi il re.”
- [14] B.: “Però allora è falsa, gli abitanti non ci sono, il re non c’è e allora per forza non è calvo.”
- [15] A.: “Attenti al trucco, come dice lui (*indica C.*), forse l’esercizio non si può fare.”
- [16] B.: “Io divido la frase: quando dico che il re degli abitanti non c’è, basta, è già falsa, anche quello che viene dopo. Che poi dica che è calvo o no non importa, capisci?”
- [17] A.: (*dubbioso*) “Allora diciamo che la frase... sarebbe falsa.”
- [18] C.: “Sì, la cosa più semplice è rispondere falso. Però se la domanda riguarda tipo un film o una favola con un re della luna che magari è calvo, in quella favola è vero.”

- [19] A.: “Piano però, se mai calchiamo bene nella risposta il re della luna. È quello che è falso. Per dire che la frase, cioè tutta, è falsa si deve vedere questo re, che ha i capelli e invece...”
- [20] B.: (*quasi interrompendo*) “Ma no che non si può vederlo, perché non c’è. (*Rivolto a C.*) Non c’è nessuna favola, se no ce lo dicevano. Quindi è falso.”
- [21] A.: (*dopo qualche secondo di silenzio*) “Insomma, una cosa è dire che una frase è falsa, dico che una cosa non è vera e allora c’è qualcosa che non va nella frase che dico. Una cosa diversa secondo me è parlare di qualcuno e poi dire di questo qualcuno che è, per esempio calvo o che ha i capelli, quando parlo di qualcuno ci credo che c’è.”
- [22] B.: “No, scusa, ma allora basta dire qualcosa di uno che non esiste per farlo esistere? Se non esiste non esiste, è falso.”
- [23] A.: “Non deve essere falso lui, cioè il re, deve essere falso che è calvo. Pensiamoci bene prima di rispondere, sembra falso ma potrebbe darsi di no.”
- [24] B.: “Senti, pensa la cosa più nel complesso, dicono che il re è calvo, può essere falso perché non è calvo ma anche perché non c’è il re. Per essere vero deve esserci il re e deve essere calvo.”
- [25] C.: (*rivolto ad A., un po’ irritato*) “Ma dai, si vede che è falsa! Ci fai sbagliare, se dici che non è falsa allora è vera, cioè vuoi dire che gli abitanti della luna sono calvi?”
- [26] A.: “Eh, ma è ovvio che non è vera, però non si capisce bene. (*Rivolto a B.*) No, dai, hai ragione scriviamo pure falso, sono d’accordo anch’io.”

Lo sperimentatore completa ora la traccia proposta alla lavagna:

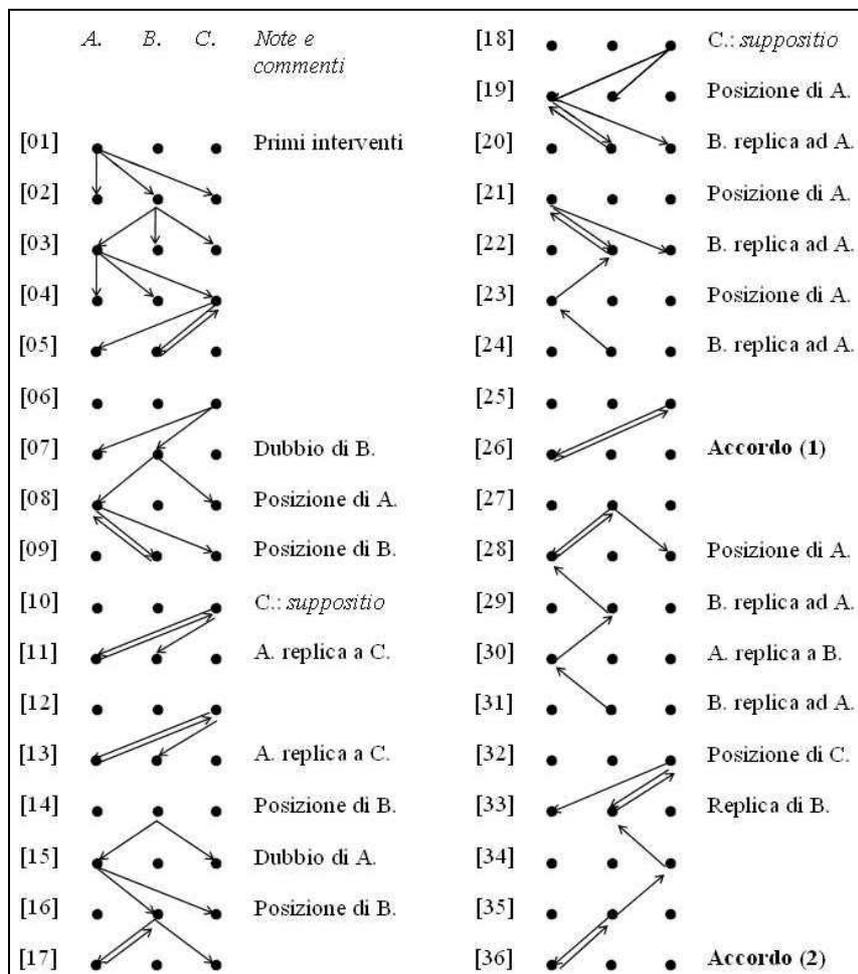
Per ciascuna delle frasi seguenti stabilite: si tratta di una frase vera? Si tratta di una frase falsa?

(1) *Il re degli abitanti della Luna è calvo* (2) $1/0+1/0+1$ *è dispari*
Concordate le risposte nei gruppi e scrivetele su di un foglio.

- [27] B.: “Sì, è come prima, falsa.”
- [28] A.: (*dubbioso*) “Però scusa se diciamo falsa allora sarebbe pari. Forse l’esercizio è impossibile.”
- [29] B.: “No, ma perché vai a pensare al pari, quello è un’altra cosa. Qui dice che è dispari, noi dobbiamo vedere se è vera o falsa questa qui.”
- [30] A.: “Guarda però che non è come quella di sopra. E se dicevano che era pari?”

- [31] B.: “Dicevo che era falsa anche quella, $1/0$ non è un numero.”
 [32] C.: “ $1/0$ è infinito.”
 [33] B.: “No, l’ha detto anche il prof che non è vero, $1/0$ è impossibile.”
 [34] C.: “Non è infinito ma è un numero grandissimo. E come si fa a sapere se è dispari o se è pari?”
 [35] B.: “Ma no, non è un numero, sarebbe come dire grandissimo ma in effetti non c’è.”
 [36] A.: “Sì, dai, c’è il trucco, ti fanno pensare che è dispari perché è come $2+2+1$ che farebbe 5, ma il numero di partenza non c’è. Falsa anche questa.”

Diagramma di flusso dell’interazione



Nel diagramma di flusso dell'interazione (secondo Sfard & Kieran, 2001) distinguiamo mediante le direzioni delle frecce gli interventi attivi (*proactive utterances*) e gli interventi reattivi (*reactive utterances*).

I numerosi legami con il linguaggio naturale ci hanno suggerito di evitare la rigida distinzione tra *object-level utterances* (gli interventi collegati al contenuto matematico) e *non-object-level utterances* (tale distinzione è talvolta evidenziata da tipi diversi di frecce: Ryve, 2004).

Nella sezione successiva analizzeremo quindi i dati sperimentali (le trascrizioni e il diagramma di flusso) alla luce del quadro teorico presentato.

Discussione

“La svolta pragmatica deve sostituire al modello di rappresentazione della conoscenza un modello di comunicazione che ponga la riuscita intesa intersoggettiva al posto di una chimerica oggettività dell'esperienza.”

J. Habermas (2001, p. 265)

La prima frase

In [03] A. pone il problema del riferimento e in [04] C. sembra suggerire la possibilità di un'interpretazione inusuale del predicato «calvo» (“La luna è come se non avesse i capelli, magari se era il sole, coi raggi...”); ma lo stesso studente in [06] riporta la questione ad un'impostazione più realistica (“Era per dire, non esistono gli abitanti della luna”). Il successivo intervento di A., [08], è collegabile al principio di composizionalità:

“E poi, dai, non ci sono mica gli abitanti della luna e allora non c'è il re.”

L'intervento [10] di C. è interessante:

“Giocano sulle parole per non far capire, leggiamo bene. Il re non c'è, e gli abitanti, cosa vuol dire abitante? Sulla luna non c'è nessuno, allora il re della luna è la luna.”

Lo studente non riconosce il “perfetto ordine logico” del linguaggio comune (Wittgenstein, 1964, n. 5.5563): più che riferirsi a fenomeni di «opacità referenziale» (nel senso di: Quine, 1960), colloca il problema sul piano semantico e azzarda una *supposizione* inusuale (se “sulla luna non c'è nessuno” possiamo immaginare: “il re della luna è la luna” stessa).

Appare interessante anche il successivo intervento [12] di C. (“O pensa se qualcuno ha visto un astronauta col casco che può sembrare calvo e poi lo

racconta, allora magari è vero”): alla funzione di rappresentazione del linguaggio si affianca il riferimento alla funzione di comunicazione (Dummett, 1993, p. 166; del resto “l’impiego comunicativo di espressioni linguistiche” serve “anche a rappresentare stati di cose, ovvero a supporre la loro esistenza”: Habermas, 2001, p. 105) e si tratta dell’unico intervento in cui la falsità, seppure in una modalità *de dicto*, viene riferita ad una qualche eventuale proprietà e supera quindi il problema dell’esistenza. L’intervento [13] di A. (“Cosa c’entra, ma no, dice gli abitanti della luna, non è che dice la luna o il re della luna è falso, cioè calvo. Bisogna vedere gli abitanti e poi il re”), non chiarissimo, riporta comunque la discussione sul piano della rappresentazione.

A questo punto comincia il confronto diretto delle impostazioni di B. e di A. In [14] inizia B.:

“Però allora è falsa, gli abitanti non ci sono, il re non c’è e allora per forza non è calvo.”

L’intervento [15] di A. esprime però dei dubbi (“forse l’esercizio non si può fare”): A. sembra riferirsi ad un approccio «alla Frege», con una conclusione che evita di assegnare un valore di verità, ma in [16] B. precisa ulteriormente il proprio punto di vista:

“Io divido la frase: quando dico che il re degli abitanti non c’è, basta, è già falsa, anche quello che viene dopo. Che poi dica che è calvo o no non importa, capisci?”

A parte la riproposizione del principio di composizionalità, B. sembra dunque basarsi su di una denotazione «alla Russell». Ma l’intervento [17] di A. (“Allora diciamo che la frase... sarebbe falsa”), con l’uso del condizionale, non esprime convinzione.

L’intervento [18] di C. richiama il principio del contesto (o, nuovamente, la *suppositio*); il significato viene così identificato nell’uso in un tale contesto (Wittgenstein, 1999):

“Però se la domanda riguarda tipo un film o una favola con un re della luna che magari è calvo, in quella favola è vero.”

In [19] A. si manifesta disponibile ad accettare la falsità della frase, ma ritiene opportuno evidenziare che tale falsità si riferisce all’esistenza del re della luna:

“Piano però, se mai calchiamo bene nella risposta il re della luna. È quello che è falso.”

Questo intervento è interessante: già in [17] A. aveva manifestato un'apertura nei confronti della posizione di B., ma è ancora convinto che “per dire che la frase cioè tutta è falsa si deve vedere questo re, vedere che ha davvero i capelli” e desidera specificare ulteriormente il proprio punto di vista. Dopo la replica [20] di B. che considera anche le obiezioni di C. (“Non c'è nessuna favola, se no ce lo dicevano”) e qualche istante di silenzio, in [21] A. prosegue:

“Una cosa è dire che una frase è falsa, dico che una cosa non è vera e allora c'è qualcosa che non va nella frase che dico. Una cosa diversa secondo me è parlare di qualcuno e poi dire di questo qualcuno che è, per esempio calvo o che ha i capelli, quando parlo di qualcuno ci credo che c'è.”

A. sembra introdurre una distinzione tra una modalità *de dicto* e una modalità *de re*: l'allievo distinguerebbe dunque un'affermazione come *Dico che il re della luna è calvo* da una esprimibile nella forma *Dico del re della luna che è calvo* (Penco, 2004, p. 191). La seconda espressione, nell'opinione di A., potrebbe essere divisa nella forma *Parlo del re della luna e poi dico che è calvo*: e le espressioni esaminate vincolerebbero diversamente il parlante.

Come appare dal diagramma di flusso, riprende ora il confronto diretto tra A. e B. ([21]-[24]): interessante è la replica [22] di B. (“Ma allora basta dire qualcosa di uno che non esiste per farlo esistere?”) che sembra riferirsi ad una situazione vicina al problema della classe vuota (ed è spontaneo ricordare la posizione di Meinong secondo la quale “ciò che è destinato ad essere oggetto di conoscenza non deve per questo necessariamente esistere”: Meinong, 2003, p. 27). Tuttavia A. non è ancora convinto, in questo «gioco di chiedere e dare ragioni», e pur riconoscendo in [23] la verosimiglianza delle conclusioni di B. (“sembra falso ma potrebbe darsi di no”) ribadisce la propria impostazione «alla Frege» (“Non deve essere falso lui, cioè il re, deve essere falso che è calvo”). Ma siamo ormai alle battute conclusive: in [24] B. torna ad esprimere con particolare chiarezza il proprio punto di vista «alla Russell»:

“Senti, pensa la cosa più nel complesso, dicono che il re è calvo, può essere falso perché non è calvo ma anche perché non c'è il re. Per essere vero deve esserci il re e deve essere calvo.”

Questo intervento risulta decisivo, mentre le precedenti argomentazioni [14], [16] e [22] di B. non avevano convinto A. (l'intervento [25] di C. “Ma dai, si vede che è falsa!” ricorda un'annotazione di Wittgenstein: “L'ultimo argomento che mi rimarrebbe da usare contro uno che non volesse procedere

così consisterebbe nel dire: «Ma non vedi?!» – e questo non è certo un *argomento*”: Wittgenstein, 1971, I, n. 34). In [26], dopo aver sottolineato per l’ultima volta una qualche mancanza di chiarezza nell’espressione esaminata (“Ma è ovvio che non è vera, però non si capisce bene”: e si noti che tale ovvietà viene riferita da A. alla «non verità», quasi a sottolinearne la differenza con la «falsità») anche A. accetta le conclusioni di B.

Ricordando la distinzione di Apel, i dubbi di A. non sembrano basati sulla comprensibilità della frase (sul rispetto delle regole grammaticali): la sua «verità» (rapporto semantico tra ciò che si dice e la realtà) viene collegata ovvero contrapposta alla «giustizia», al rispetto delle norme della comunità, intendendo tra di esse anche le modalità di esame critico della frase, delle “descrizioni definite” (Penco, 2004, p. 54) in essa contenute e del coordinamento delle parti ([24]: “può essere falso perché non è calvo ma anche perché non c’è il re”). Riprendendo la distinzione tra verità di un’asserzione e affermabilità razionale e intendendo «giustizia» come “accettabilità idealmente giustificata” (Habermas, 2001, p. 279), potremmo dire che A. viene portato dall’argomentazione sviluppata dal gruppo (primariamente da B.) ad accettare la «giustizia» della comune scelta finale. Riprenderemo queste considerazioni nella sezione conclusiva.

La seconda frase

Il ruolo di B. sembra ora piuttosto consolidato e, come appare dal diagramma di flusso, la discussione riguardante la seconda frase si gioca su due momenti: un primo confronto tra A. e B. ([27]-[31]) ed un secondo confronto tra C. e B. ([32]-[35]). In entrambe le occasioni, B. sostiene le proprie posizioni con discreta sicurezza, anche sulla base della discussione svoltasi precedentemente a proposito della prima frase (come emerge da [27]).

Interessante è la perplessità espressa da A. in [28] (intervento analogo a [15], basato su motivazioni diverse). Per A., dire che $1/0+1/0+1$ è *dispari* è *falso* equivarrebbe a dire che $1/0+1/0+1$ è *pari* è *vero*: si noti che un’analogo argomentazione (dire che *Il re degli abitanti della Luna è calvo* è *falso* equivarrebbe a dire che *Il re degli abitanti della Luna ha i capelli* è *vero*) non era stata considerata da A. nella parte precedente dell’esperienza (l’intervento [25] di C. può essere collegato ad una simile argomentazione). Ciò sembra essere in relazione con la diversità dei contesti: l’ambito matematico, con i suoi segni e simboli specifici, potrebbe avere suggerito l’uso del *tertium non datur*.

Il deciso intervento [31] di B. (“ $1/0$ non è un numero”) è illuminante: l’allievo interpreta la frase $1/0+1/0+1$ è *dispari* come $1/0+1/0+1$ è *un numero dispari* e ciò viene quindi interpretato come $1/0+1/0+1$ è *un numero e tale*

numero è dispari. Essendo falsa la prima parte della frase (l'analogia con l'intervento [16] dello stesso B. è evidente e riguarda ancora una denotazione «alla Russell») tutta la frase deve essere considerata falsa.

Il successivo confronto tra C. e B. si sposta sulla presunta «natura» di $1/0$: in [32] C. afferma che “ $1/0$ è infinito” e, a fronte della contestazione di B. ([33]: “l'ha detto anche il prof che non è vero, $1/0$ è impossibile”), in [34] si corregge sostenendo che “è un numero grandissimo” e dunque “come si fa a sapere se è dispari o se è pari?” Ma in [35] B. ribadisce:

“Ma no, non è un numero, sarebbe come dire grandissimo ma in effetti non c'è”

e la discussione si chiude con A. che accetta esplicitamente la motivata posizione di B. ([36]: “il numero di partenza non c'è. Falsa anche questa”).

Si noti che la struttura sintattica $n+n+1$ alla quale la seconda frase fa riferimento avrebbe potuto far pensare ad un numero dispari: a differenza di quanto considerato nella prima frase (l'esistenza di un re degli abitanti della luna non avrebbe comportato conseguenze sulla sua calvizie), in questo caso se n fosse stato un numero intero, $n+n+1$ sarebbe stato dispari (A. riconosce ciò in [36]: “ti fanno pensare che è dispari perché è come $2+2+1$ che farebbe 5, ma il numero di partenza non c'è”). Tuttavia la discussione, basata sull'esperienza maturata nella fase precedente, ha portato ad una diversa conclusione.

Riflessioni conclusive

“Qualcosa vale come giustificazione soltanto in riferimento a qualcos'altro che noi già accettiamo. (...) Non già uscendo dal nostro linguaggio e dalle nostre opinioni possiamo pervenire a un criterio di verifica indipendente dal criterio di coerenza delle nostre affermazioni.”

R. Rorty (1979, p. 199)

“Perché il fatto che le nostre opinioni siano coerenti, posto che lo siano, dà la pur minima indicazione che siano vere?”

M. Williams (1996, p. 267)

L'esperienza esaminata non può non ricondurre alla mente l'idea di Putnam (1992) secondo cui il significato (pensiamo qui a una frase, più che ad una singola parola) è distribuito nella comunità dei parlanti e tale significato fa riferimento a modi diversi di intendere la frase (e, come vedremo, alle tre “radici diverse di razionalità”: Habermas, 2001, p. 99). Richard Rorty nota che

“una considerazione «soggettiva» è una considerazione (...) su cui i partner ragionevoli del dialogo dovrebbero passar sopra” (Rorty, 1979, p. 368): abbiamo potuto constatare che la costruzione di un significato collettivamente accettato è passata attraverso una negoziazione, un «gioco di chiedere e dare ragioni» (Brandom, 2002); ma sarebbe semplicistico concludere che sia la posizione di B. che quella almeno inizialmente sostenuta da A. hanno apprezzabili motivazioni (Strawson, 1950). Proprio la sostenibilità dei due atteggiamenti, unitamente alla loro progressiva evoluzione, ci induce a chiederci: è lecito proporre l’esercizio nella forma vista (di valutazione di «verità»)? Con quali intenti, con quali precisazioni?

Certo, le due frasi proposte agli allievi erano (volutamente) ambigue, e l’alternativa vero-falso si collega alle sole «proposizioni»: ma come si identificano le proposizioni propriamente dette tra le frasi? La risposta limitativa «le proposizioni sono affermazioni che assumono uno e un solo valore di verità» potrebbe far pensare ad una situazione viziata di circolo. Inoltre la segnalata «ambiguità» non dipende dalla struttura delle frasi esaminate ($3/6+3/6+1$ è *dispari* non avrebbe creato alcun problema).

La richiesta di stabilire il valore di verità di una frase non sembra poter essere collegata esclusivamente ad un’assoluta, isolata razionalità epistemica, né appare sufficiente invocare soltanto motivazioni di coerenza (Rorty, 1979, p. 199; Williams, 1996, p. 267; “prove certe” e coerenti potrebbero coesistere con la “confusione concettuale”: Wittgenstein, 1999, n. II-XIV) o di analogia: il confronto [27]-[31] evidenzia che la diversità dei contesti (la prima frase è espressa nel linguaggio comune, la seconda fa riferimento ad un contesto matematico) non autorizza un trasferimento acritico del valore di verità dalla prima alla seconda frase. Perfino il fatto che il termine «falso» abbia lo stesso valore e le stesse implicazioni in contesti diversi deve essere esaminato con cura (si veda la discussione in: Lakoff & Johnson, 1998 p. 153).

Si deve allora dubitare di tutto? Questa forma di porre la questione è fuorviante (“chi volesse dubitare di tutto, non arriverebbe neanche a dubitare. Lo stesso gioco del dubitare presuppone già la certezza”, osserva Wittgenstein, 1978, n. 115; dal punto di vista specificamente logico ci associamo a quanto affermato in: Lolli, 2005, pp. 13-17). Come sarebbe ingiustificata un’accusa di una riduzione convenzionalistica della nozione di verità (Andronico, 2000, p. 252), alla quale lo stesso Wittgenstein potrebbe ribattere:

“«Così, dunque, tu dici che è la concordanza tra gli uomini a decidere che cosa è vero e che cosa è falso!» – Vero e falso è ciò che gli uomini *dicono*;

e nel linguaggio gli uomini concordano. E questa non è una concordanza delle opinioni, ma della forma di vita” (Wittgenstein, 1999, n. 241).

Come anticipato, la posizione ora espressa è stata rielaborata da pensatori più vicini a noi. È infatti necessario riprendere le tradizionali nozioni di «verità» e di «validità»: “non appena il criterio di oggettività della conoscenza passa dalla certezza privata alla prassi pubblica della giustificazione, la «verità» diventa un concetto di validità a tre membri” (Habermas, 2001, p. 239), dunque “una validità motivata per un pubblico” (Schnädelbach, 1992).

L’esame dei dati sperimentali non porta solamente a concludere che il lavoro di gruppo è utile, conclusione che sarebbe peraltro forzatamente indotta dalla scelta di proporre l’esercizio a gruppi di allievi. Resta il fatto che la comune decisione raggiunta dagli studenti di attribuire alle frasi un valore di verità è stata ottenuta confrontando attivamente, e dunque giustificando nell’ambito di una discussione, le opinioni e comporta delle conseguenze: “la questione descrittiva di che cosa sia o significhi la «verità» viene sostituita dalla questione performativa di che cosa noi facciamo quando trattiamo qualcosa come «vero»”, nota Habermas (2001, p. 137; nel nostro caso, il gruppo deve rispondere ai quesiti davanti allo sperimentatore, all’insegnante e al resto della classe); dunque “dobbiamo abbandonare l’ambito delle proposizioni (e dei testi) e prendere in considerazione la concordanza nell’agire e nell’esperire (ad esempio, nell’uso di un predicato)” (Kambartel, 1996, p. 249). La stessa discussione tra gli studenti (che riflettono e parlano nella prospettiva di una decisione da prendere, dunque di un’azione da compiere) sembra interpretare tale posizione, sviluppando mediante la razionalità discorsiva le radici di razionalità “reciprocamente intrecciate” (Habermas, 2001, p. 99). Ovviamente il dibattito, stimolato dalla traccia dell’esercizio, appare ancora distante dalla forma di comunicazione «ideale» che Habermas riprende da Apel (il ruolo di C., ad esempio, è a tratti secondario, anche se i suoi interventi interpretabili in termini di *supposizione* sono molto interessanti) ed in altri gruppi la discussione si è evoluta senza portare ad un vero e proprio accordo (Lakoff & Johnson, 1998); tuttavia l’esame dei nostri dati sperimentali (ci riferiamo ad esempio all’intervento [19] e alle fasi [21]-[24], [28]-[31] e, in misura forse minore, [32]-[35]) evidenzia che la discussione non ha portato alla sola “convergenza *osservata* tra pensieri o rappresentazioni di persone diverse”, ma al fatto che “i partecipanti all’argomentazione che si convincono della legittimità di una pretesa di validità controversa sono giunti ad un punto in cui la coercizione non coercitiva dell’argomento migliore li ha indotti a un *mutamento di prospettiva*” (Habermas, 2001, pp. 238 e 254). Tale punto

coincide, nel caso della prima frase esaminata, con l'intervento [24] e nel caso della seconda frase con l'intervento [35].

Esprimiamo dunque in termini generali una riflessione riassuntiva: abbiamo proposto agli studenti un quesito riguardante la verità o la falsità di alcune frasi considerate in diversi contesti (un esercizio frequente nella pratica didattica); ma in che senso, con quali garanzie di «certezza», possiamo parlare di «verità»? Rorty si chiede se la «verità» di un'asserzione possieda ancora un valore indipendente dal contesto della giustificazione (Rorty, 1994) e l'esperienza sembra confermare l'importanza e l'attualità di tale questione: alcuni atteggiamenti degli studenti sono variati passando da un contesto non matematico ad uno matematico (dagli interventi [28]-[30] e [36], ad esempio, emerge l'influenza della sintassi algebrica).

Condividiamo la necessità di una riflessione in tale direzione (alcuni spunti possono essere ripresi da: Lakoff & Johnson, 1998, pp. 197-222, anche se il loro approfondimento porta ad una conclusione che è estranea agli scopi del presente lavoro): una distinzione tra «validazione» (*Geltung*) e «validità» (*Gültigkeit*) può essere fondamentale e può portare a sfumare la tradizionale “distinzione fra la «validazione» di un giudizio che trova attualmente riconoscimento e la «validità» di un giudizio che *merita* riconoscimento intersoggettivo perché è vero” (Habermas, 2001, p. 277). Se accettiamo che

“il predicato di verità rientra –anche se non esclusivamente– nel gioco linguistico dell'argomentazione; la sua importanza si può quindi chiarire (per lo meno anche) in ragione delle sue funzioni in questo gioco linguistico, dunque nella *dimensione pragmatica* di un determinato impiego del predicato” (Habermas, 2001, p. 246),

dobbiamo tenere conto di conseguenze importanti. La stessa «verità» può essere relativa ad una particolare cultura (ad un sistema linguistico: Bagni, 2006): argomenterebbero allo stesso modo allievi di altre parti del mondo, o in situazioni scolastiche diverse (ricordiamo che in Italia il *Ginnasio-Liceo Classico* è considerato una scuola d'élite)? L'aspetto interculturale ha un ruolo essenziale, elemento che troviamo peraltro espresso anche in Wittgenstein:

“Chi crede che certi concetti siano senz'altro quelli giusti e che colui che ne possedesse altri non si renderebbe conto di quello di cui ci rendiamo conto noi, – potrebbe immaginare certi fatti generalissimi della natura in modo diverso da quello in cui noi siamo soliti immaginarli; e formazioni di concetti diverse da quelle abituali gli diventerebbero comprensibili” (Wittgenstein, 1999, XII).

Tale punto di vista wittgensteiniano è stato esaminato da M. Messeri (2000, pp. 189-191), che conclude: “c’è dunque qualcosa di intrinsecamente fuorviante nell’atteggiamento etnocentrico di chi considera le altre culture come forme più rozze, meno complete e soddisfacenti della cultura propria; come tappe preliminari sulla via maestra che conduce al proprio modo di vivere” (Messeri, 2000, p. 190). Inoltre dall’esame del dialogo tra gli studenti emerge una qualche influenza del contratto didattico: ragionerebbero così gli stessi ragazzi in una discussione tra amici? Il predicato di verità ha dunque un uso diverso all’interno e al di fuori della scuola? Esiste cioè una «razionalità scolastica» distinta dalla «razionalità di tutti i giorni»? Con quali conseguenze? Michail Michajlovič Bachtin (1895-1975) osserva che

“in ogni dato momento storico della vita ideologico-verbale ogni generazione in ogni strato sociale ha la propria lingua; anzi, ogni età, in sostanza, ha la propria lingua, il proprio lessico, il proprio specifico sistema di accenti, i quali tutti, a loro volta, variano a seconda dello strato sociale, dell’istituto scolastico (la lingua dell’allievo ufficiale, dello studente ginnasiale, dello studente del liceo scientifico sono lingue diverse) e di altri fattori di stratificazione” (Bachtin, 2001, p. 98).

L’approfondimento di queste considerazioni potrà avere ricadute (anche didattiche) notevoli che potranno essere evidenziate da ulteriori ricerche.

“La verità è relativa alla comprensione, che significa che non vi è alcun punto di vista da cui ottenere verità assolute e oggettive sul mondo. Ciò non significa che non vi siano verità; significa solo che la verità è relativa al nostro sistema concettuale, fondato sulle nostre esperienze. (...) Quando le persone che si parlano non hanno in comune la stessa cultura, conoscenza, valori e assunzioni, la comprensione reciproca è possibile attraverso la negoziazione del significato”

G. Lakoff, M. Johnson (1998, pp. 236 e 283)

L’autore ringrazia Paolo Boero (Università di Genova), Pier Luigi Ferrari (Università del Piemonte Orientale), Donatella Iannece (Università di Napoli Federico II), Brunello Lotti (Università di Udine) per i preziosi suggerimenti.

Nota e riferimenti bibliografici

Questa ricerca è stata presentata nell’ambito del XXV Seminario Franco-Italiano di Didattica dell’Algebra (Torino, 2005) e una versione inglese di essa

- è inclusa in: Bagni, G.T., 2006, Everyday and mathematical language: 100 years after the publication of “On denoting” by Bertrand Russell. In: D’Amore, B. & Radford, L. (Eds.), *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Numero monotematico della rivista Relime del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politecnico Nacional, México (in stampa).
- Andronico, M., 2000, Giochi linguistici e forme di vita, Marconi, D. (Ed.), *Guida a Wittgenstein*, Laterza, Roma-Bari, 241-288.
- Apel, K.-O., 1987, Fallibilismus, Konsenstheorie der Wahrheit und Letzbe-
gründung. Forum f. Philosophie, *Philosophie und begründung*, Suhrkamp,
Frankfurt a.M., 116-211.
- Bachtin, M., 2001, *Estetica e romanzo*. Einaudi, Torino (*Voprosy literatury i
estetici*. Izdatel’stvo Chudožestvennaja literatura, Moskva 1975).
- Bagni, G.T., 1997, *Elementi di storia della logica formale*. Pitagora, Bologna.
- Bagni, G.T., 2006, *Linguaggio, storia e didattica della matematica*. Pitagora,
Bologna.
- Bocheński, J.M., 1972, *La logica formale*. Einaudi, Torino (*Formale Logik*.
Karl Alber, Freiburg-München 1956).
- Bonomi, A., 1973, *La struttura logica del linguaggio*. Bompiani, Milano.
- Brandon, R., 1994, *Making it Explicit*. Harvard University Press, Cambridge
MA.
- Brandon, R., 2002, *Articolare le ragioni*. Il Saggiatore, Milano (*Articulating
Reasons. An Introduction to Inferentialism*. Harvard University Press,
Cambridge MA, 2000).
- Casalegno, P., 1997, *Filosofia del linguaggio*, La Nuova Italia Scientifica,
Roma.
- Cassirer, E., 1958, *Philosophie der symbolischen Formen*. WBG, Darmstadt.
- Cirrone, S., 1997, *Le regole dei giochi. Per un modello procedurale di
razionalità: Habermas contro Habermas*. Edizioni del Prisma, Catania.
- Davidson, D., 1990, The Structure and Content of Truth. *The Journal of
Philosophy*, 87, 279-328.
- Dummett, M., 1993, Language and Communication. *The Seas of Language*.
Oxford, 166-187.
- Frege, G., 1992, *Ricerche logiche*. Guerini, Milano (*Logische Untersuchungen*,
Dritter Teil: Gedankegefüge. *Beiträge zur Philosophie des Deutschen
Idealismus*, 3, 1923, 36-51).
- Frege, G., 2001, Senso e riferimento. *Senso, funzione e concetto*, Laterza,
Roma-Bari (Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und
philosophische Kritik*, 100, 1892, 25-50).

- Geymonat, L., 1970, *Storia del pensiero filosofico e scientifico*. Garzanti, Milano.
- Habermas, J., 1985, *Etica del discorso*. Laterza, Roma-Bari (*Moralbewusstsein und kommunikatives Handeln*. Suhrkamp, Frankfurt a.M. 1983).
- Habermas, J., 2001, *Verità e giustificazione*. Laterza, Roma-Bari (*Wahrheit und Rechtfertigung. Philosophische Aufsätze*. Suhrkamp, Frankfurt a.M. 1999).
- Kambartel, F., 1996, Universalität, richtig verstanden. *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 44, 249.
- Kneale, W.C., 1962, *Modality "De Dicto" and "De Re"*. Nagel, E., Suppes, P. & Tarsky, A. (Eds.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, I. The University Press, Stanford, 622-633.
- Kneale, W.C. & Kneale, M., 1972, *Storia della logica*. Einaudi, Torino (*The Development of Logic*. Clarendon Press, Oxford 1962).
- Lakoff, G. & Johnson, M., 1998, *Metafora e vita quotidiana*, Bompiani, Milano (*Metaphors we live by*, University of Chicago Press, Chicago 1980).
- Lolli, G., 2005, *QED Fenomenologia della dimostrazione*, Bollati Boringhieri, Torino.
- Marconi, D. (Ed.), 2000, *Guida a Wittgenstein*, Laterza, Roma-Bari.
- Messeri, M., 2000, Seguire la regola. Marconi, D. (Ed.), *Guida a Wittgenstein*, Laterza, Roma-Bari, 151-192.
- Meinong, A., 2003, *Teoria dell'oggetto*. Quodlibet, Macerata (Über Gegenstandstheorie. Meinong, A., Ameseder, R. & Mally, E., *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie*. Barth, Leipzig 1904, 1-50).
- Origgi, G., 2000, *Introduzione a Quine*. Laterza, Roma-Bari.
- Orilia, F., 2002, *Ulisse, il quadrato rotondo e l'attuale re di Francia*. ETS, Pisa.
- Penco, C., 2004, *Introduzione alla filosofia del linguaggio*. Laterza, Roma-Bari.
- Prior, A.N., 1955, *Formal Logic*. Oxford University Press, London.
- Putnam, H., 1992, Significato, riferimento e stereotipi. Bottani A. & Penco, C. (Eds.), *Significato e teorie del linguaggio*. Franco Angeli, Milano.
- Quine, W.V.O., 1960, *Word and Object*. MIT Press, Cambridge MA (*Parola e oggetto*. Il Saggiatore, Milano 1970).
- Rorty, R., 1979, *Philosophy and the Mirror of Nature*. Princeton University Press, Princeton NJ (*La filosofia e lo specchio della natura*. Bompiani, Milano 2004; i numeri di pagine sono riferiti a: *Der Spiegel der Natur*. Suhrkamp, Frankfurt a.M. 1981).

- Rorty, R., 1994, Sind Aussagen universelle Geltungsansprüche? *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, 42, 6, 975-988.
- Ryve, A., 2004, Can collaborative concept mapping create mathematical productive discourses? *Educational Studies in Mathematics* 26, 157-177.
- Russell, B., 1905, On Denoting. *Mind*, 14, 479-493 (*Essays in Analysis*. Allen and Unwin, London, 1973, 103-119; Sulla denotazione, Bonomi, A., Ed., *La struttura logica del linguaggio*. Bompiani, Milano 1973, 179-195).
- Russell, B., 1910, Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description. *Proceedings of the Aristotelian Society*, 11, 108-128 (repr.: Russell, B., 1963, *Mysticism and Logic*. Allen and Unwin, London, 152-167).
- Schnädelbach, H., 1992, Thesen über Geltung und Wahrheit. *Zur Rehabilitation des animal rationale*. Suhrkamp, Frankfurt a.M., 104-115.
- Sfard, A. & Kieran, C.: 2001, Cognition as communication. Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, Activity*, 8, 1, 42-76.
- Strawson, P.F., 1950, On Referring, *Mind*, 59, 320-344 (Flew, A., Ed., *Essays in Conceptual Analysis*. Macmillan, London, 1960, 21-52).
- Vattimo, G. (Ed.), 1993, *Enciclopedia Garzanti di Filosofia*. Garzanti, Milano.
- Von Wright, G.E., 1951, *An Essay in Modal Logic*. North-Holland, Amsterdam, 1951.
- Williams, M., 1996, *Unnatural doubts*. Princeton University Press, Princeton.
- Wittgenstein, L., 1964, *Tractatus logico-philosophicus*. Einaudi, Torino (Routledge and Kegan Paul, London 1922).
- Wittgenstein, L., 1971, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*. Einaudi, Torino (*Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Blackwell, Oxford 1956).
- Wittgenstein, L., 1978, *Della Certezza*. Einaudi, Torino (*Über Gewissheit*. Blackwell, Oxford 1969).
- Wittgenstein, L., 1982, *Lezioni sui fondamenti della matematica*. Boringhieri, Torino (*Lectures on the Foundations of Mathematics*. Cornell University Press, Ithaca NY 1976).
- Wittgenstein, L., 1990, *Grammatica filosofica*. La Nuova Italia, Firenze (*Philosophische Grammatik*. Blackwell, Oxford 1969).
- Wittgenstein, L., 1999, *Ricerche filosofiche*. Einaudi, Torino (*Philosophische Untersuchungen*. Blackwell, Oxford 1953).

Giorgio T. Bagni