

FORMAZIONE DEGLI INSEGNANTI DI MATEMATICA

Mario Ferrari – Pavia

Introduzione

Intendo esporre alcune riflessioni sulla formazione iniziale degli insegnanti di matematica e non voglio toccare il problema, altrettanto importante, della formazione continua sulla quale ho fatto un intervento al Simposio Italo-Spagnolo celebrato a Modena un po' di anni fa.

Sulla formazione iniziale degli insegnanti di matematica c'è una vasta letteratura. Dato l'ambiente in cui ci troviamo, il quadriennale Convegno dell'UMI, mi limito a ricordare il "Convegno sull'indirizzo didattico della laurea in matematica" organizzato dall'UMI a Sestri Levante nel 1975, la conferenza di M. Dedò su i "Problemi della didattica della matematica" al Convegno UMI di Cagliari-Alghero del 1975, e la conferenza di G. Prodi su "La formazione degli insegnanti di matematica" al convegno UMI di Padova del 1995. Anche se il titolo è lo stesso, le mie riflessioni saranno diverse da quelle di Prodi, anche perché io non sono Giovanni Prodi.

Il problema della formazione degli insegnanti di matematica è importante perché importante è l'insegnamento della matematica nei vari livelli scolastici e la matematica continua ad essere la "bestia nera" degli studenti italiani.

Il problema, inoltre, è urgente sia perché dovrebbe entrare in vigore la nuova riforma della scuola disegnata dalla legge 53 del 28 marzo 2003, sia perché è alle porte la laurea specialistica per l'insegnamento.

Come dovrebbe essere questa formazione?

Le opinioni sono molto diverse e sono influenzate da differenti fattori: la tradizione, l'esperienza personale, l'ideologia, più o meno esplicita, cui ci si ispira, le convinzioni sui bisogni della attuale società, le opinioni sulle capacità dei giovani dei nostri giorni.

La mia opinione, non so quanto condivisa, è la seguente: la formazione degli insegnanti di matematica deve avere come obiettivo la nascita e lo sviluppo di alcune **consapevolezze** come: la consapevolezza culturale, la consapevolezza epistemologica, la consapevolezza sociale, la consapevolezza psicologica e la consapevolezza pedagogica.

Cercherò in questo mio intervento di sviluppare alcune riflessioni sulle prime due consapevolezze, soprattutto sulla prima.

La consapevolezza culturale

Sul ruolo dell'insegnante di matematica esistono opinioni diverse:

- c'è chi lo pensa come un esperto disciplinare che travasa idee matematiche nella mente degli alunni;
- altri lo pensano come uno che crea le condizioni che favoriscono, da parte degli alunni, la costruzione del proprio sapere;

- per altri l'insegnante è un mediatore culturale che aiuta gli alunni a capire, interpretare e razionalizzare i messaggi culturali che provengono dalla intera società;
- c'è anche chi lo ritiene un educatore attento allo sviluppo della personalità degli alunni anche attraverso la matematica.

Tutti, comunque, sono d'accordo nel ritenere che egli debba anzitutto conoscere la matematica.

Qui nascono le domande cruciali: quale matematica deve conoscere il futuro insegnante? O, meglio, quale formazione matematica l'università deve offrire al futuro insegnante?

Le risposte sono diverse.

C'è una risposta estrema, massimalista che, mi sembra, serpeggi in ambienti universitari: bisogna fornire al futuro insegnante una cultura matematica che gli permetta di seguire le più recenti ricerche matematiche. E' la stessa mentalità secondo la quale uno per fare ricerca in didattica della matematica deve prima aver fatto ricerche in qualche altro settore matematico (analisi, algebra, geometria ecc.). Come dire: quando uno ha la goccia al naso oppure non è più in grado di fare ricerche in altri settori, allora può fare ricerche in didattica della matematica.

C'è una risposta estrema minimalista affidata non alle parole, ma al linguaggio molto più eloquente dei fatti: per insegnare matematica è sufficiente che una persona conosca, in qualche modo, quasi tutti gli argomenti che fanno parte dei programmi di insegnamento. E' la risposta data dal M.P.I. quando ha stabilito quali lauree danno la possibilità di insegnare matematica nelle scuole medie inferiori. Vi si trovano le lauree in: scienze agrarie tropicali e subtropicali, scienze ambientali, scienze forestali, agricoltura tropicale e subtropicale, scienze delle preparazioni alimentari, scienze della produzione animale.

Naturalmente c'è anche una risposta intermedia ed è quella illustrata con dovizia di particolari nelle relazioni di Gherardelli e di Dolcher nel citato convegno del 1975.

Vorrei esprimere le mie convinzioni utilizzando quattro aggettivi.

La consapevolezza culturale che all'università dovremmo cercare di far nascere nei futuri insegnanti deve essere **ragionevole**.

Con questo aggettivo intendo dire che l'obiettivo che dobbiamo perseguire non è la formazione di matematici o di ricercatori in matematica, ma la formazione di insegnanti di matematica diciamo per i prossimi trenta-quaranta anni. Di conseguenza il punto di partenza per la formazione matematica dei nuovi insegnanti devono essere i programmi di matematica più avanzati delle nostre scuole (programmi Brocca e PNI). Sui contenuti di questi programmi dobbiamo fornire una formazione seria e profonda in modo che possano essere sviluppati a scuola con disinvoltura e senza incertezze.

La ragionevolezza richiede anche la capacità di apertura al nuovo: apertura ai nuovi argomenti che potrebbero essere inseriti nei programmi ed apertura ai nuovi strumenti tecnologici come strumenti didattici.

Con questa scelta saranno necessariamente sacrificati dei corsi specialistici che, magari, danno l'idea delle più avanzate ricerche in matematica. Pazienza! Bisogna, però, stare attenti che questi corsi specialistici, cacciati dalla porta non rientrino per la finestra. E la finestra è la laurea specialistica in matematica (si chiamerà così anche la laurea abilitante per l'insegnamento) e la infelice espressione della legge 53, articolo 5-b sulle "preminenti finalità di approfondimento disciplinare". Credo che dovremo stare molto attenti a quello che succede nei nostri corsi di laurea.

La consapevolezza culturale che all'università dovremmo cercare di far nascere nei futuri insegnanti deve essere **ragionata**.

I futuri insegnanti devono acquisire il senso del rilievo delle "verità" matematiche, convincersi che la matematica è inguaribilmente gerarchica non solo perché ci sono assiomi che stanno a fondamento di una teoria e teoremi che ne derivano, ma anche perché nello stesso "corpus" di teoremi ce ne sono alcuni più importanti di altri. Qualche volta questa importanza viene connotata

con l'aggettivo "fonda mentale": teorema fondamentale dell'aritmetica, dell'algebra, del calcolo; altre volte l'importanza dipende dalla pluralità di concetti che gli sono connessi, dalla sua pervasività, cioè dal suo apparire in contesti diversi, dal suo valore storico. Si pensi, per fare un esempio, al teorema di divisibilità dei numeri naturali o al teorema di Pitagora.

Tutti questi teoremi e, comunque, i teoremi cardine di una teoria vanno inquadrati, commentati, dimostrati; sul resto ci si può accontentare di molto meno.

Sono consapevole che con questa scelta può diminuire drasticamente il numero dei teoremi dimostrati, ma è quello che già sta succedendo per motivi di "produttività" del corso di laurea.

Ad ogni modo preferisco poche dimostrazioni capite, comprese e gustate a molte dimostrazioni imparate a memoria.

Forse è il caso di ricordare le polemiche che hanno investito le dimostrazioni anche a livello universitario alle quali hanno dato voce sia Horgan (Morte della dimostrazione, *Le Scienze*, n. 304, dicembre 1993) sia Lolli (Morte e resurrezione della dimostrazione, *Le Scienze*, n. 345, maggio 1997).

Una consapevolezza culturale ragionata significa anche *motivata*. Motivare perché davanti ad una pluralità di possibilità si sceglie una certa definizione; motivare, per rimanere ai piani bassi, perché i matematici hanno scelto il numero e come base dei logaritmi al posto del più familiare 10 oppure il *radiante* come unità di misura degli angoli al posto del tradizionale grado sessagesimale. Ho fatto spesso questa domanda ai miei alunni del quarto anno ed ai laureati della SSIS e la risposta più gettonata è stata il silenzio.

Tra le motivazioni ci devono essere anche le *applicazioni*. In questo modo si costruisce una "cultura operante", cioè una cultura matematica che fornisce strumenti per leggere, descrivere, capire la realtà ed intervenire consapevolmente su di essa, come recitano i programmi del 1985 per la scuola elementare.

La consapevolezza culturale che all'università dovremmo cercare di far nascere nei futuri insegnanti deve essere a **dimensione storica**.

Nessuna teoria matematica è nata adulta come Minerva dalla testa di Giove. Ogni teoria si è costruita attraverso un travaglio più o meno lungo. Questo travaglio, questa storia fa parte della matematica.

Certamente è importante il prodotto finito, ma ugualmente importante è il processo con cui è stato costruito.

Quella che l'università italiana fornisce è la cultura del prodotto finito, bello, pulito, asettico, per cui la matematica appare ai futuri insegnanti una scienza a-storica, senza emozioni, senza errori, senza cammino, ingabbiata in una specie di "eternità impersonale".

Per la dimensione storica si devono, secondo me, seguire due vie:

- quella di un corso di storia della matematica obbligatorio nella laurea specialistica per l'insegnamento;
- quella degli interventi mirati in "corso d'opera", quando se ne presenta l'occasione. E le occasioni sono molte. Basta pensare ai tanti assiomi e teoremi caratterizzati da un nome proprio. Non si tratta di fare la storia di tutti questi personaggi, ma almeno dare un inquadramento storico e geografico. Attraverso le domande fatte a studenti del quarto anno di matematica e delle SSIS ho imparato che Peano era un matematico greco, che Pitagora era vissuto dopo Cristo, che Archimede era come Carneade di manzoniana memoria.

Della dimensione storica, secondo me, dovrebbe far parte anche la lettura di brani di classici matematici. I nostri studenti del liceo leggono, in lingua originale, brani greci, latini, italiani, francesi, inglesi, mentre i loro professori di matematica difficilmente, nel loro curriculum studiorum, hanno letto, in lingua italiana, brani di classici matematici. Non è una stortura?

La dimensione storica nell'insegnamento della matematica è esplicitamente prevista dai programmi Brocca. Fra gli obiettivi del biennio vi è "inquadrare storicamente qualche momento significativo dell'evoluzione del pensiero matematico", mentre fra quelli del triennio è previsto di "inquadrare storicamente l'evoluzione delle idee matematiche fondamentali".

Voglio concludere ricordando che la *Enciclopedia delle matematiche elementari e complementi*, a cura di Berzolari-Vivanti-Gigli, scritta apposta per i docenti di matematica delle scuole secondarie superiori, contiene un lungo articolo (204 pagine) sulla "Storia della matematica elementare" scritto da E. Bortolotti. La prima edizione dell'opera, ristampata recentemente dalla Hoepli, è del 1929. Settant'anni passati invano?

La consapevolezza culturale che all'università dovremmo cercare di far nascere nei futuri insegnanti deve essere **incompleta**.

Non mi riferisco alla completezza ineliminabile derivante dalla impossibilità di studiare tutte le teorie matematiche. Mi riferisco alla incompletezza, per libera scelta del docente, delle teorie che vengono spiegate a lezione.

Una esposizione completa e autosufficiente può qualificare il docente, gratificarlo, ma non stimola minimamente l'iniziativa dello studente-futuro insegnante. Bisogna, invece, garantirgli lo spazio, e **l'obbligo**, di uno studio personale di aspetti volutamente non trattati nelle lezioni, e di letture complementari sugli argomenti del corso, anche di carattere esclusivamente didattico o, comunque, elementare.

La mia impressione è che i nostri studenti arrivino all'inizio della tesi di laurea avendo letto solo il libro di testo, o gli appunti del docente o i propri appunti.

Questo è capitato a me, ma penso che continui a verificarsi per molti altri studenti.

Ritengo necessario che il futuro insegnante, fin dal primo anno di università, impari a "leggere di matematica", prendendone gusto, al di là degli appunti o del libro di testo.

E impari anche a "scrivere di matematica", possibilmente in un italiano corretto. Perché non **obbligare** i nostri studenti, almeno quelli della laurea specialistica, a costruirsi **un quaderno di matematica** nel quale descrivere con le proprie parole concetti matematici, a fare medaglioni di matematici incontrati nei corsi, a spiegare parole trovate sugli appunti o sui libri di testo? Naturalmente questo quaderno deve entrare nella valutazione dello studente.

Vi confesso che ho provato a farlo per due anni, ma con scarsi risultati. Sono convinto, però, che serva anche a stimolare una cosa molto scarsa nei nostri studenti e cioè la **curiosità**.

Se per costruire una consapevolezza culturale come quella che ho prospettato fosse necessario eliminare alcuni argomenti di quelli che ora vengono trattati, poco male. E' sempre meglio una formazione culturale che una collezione di teoremi.

D'altra parte la costruzione della "consapevolezza culturale" non finisce con la laurea specialistica, ma continua con la formazione in servizio. Ma questo è un altro discorso.

La consapevolezza epistemologica

Con questa espressione intendo dire che dobbiamo fornire ai futuri insegnanti le conoscenze per una riflessione sui fondamenti della matematica (dalle tre scuole tradizionali a quelle più recenti), sulla natura degli enti matematici (dal platonismo al costruttivismo) e sulla matematica stessa (idee, metodo, linguaggio).

Al dire di P. Ernest (Il costruttivismo sociale come filosofia della matematica: riabilitazione del costruttivismo sociale? In *Quaderni di Didattica della matematica e dei suoi fondamenti*, I, Parma 1993) "E' largamente riconosciuto che tutte le pratiche e le teorie dell'apprendimento-insegnamento si basano su una epistemologia sia essa esplicitata o no. Come dice René Thom a

proposito della matematica: «Di fatto, che lo si voglia o no, tutta la pedagogia della matematica, anche se poco coerente, si basa su una filosofia della matematica».

Illustrare queste correnti di pensiero, queste diverse opinioni, queste diverse filosofie della matematica, assolutiste o del cambiamento concettuale, non significa necessariamente aderire ad una di esse e ad essa improntare il proprio insegnamento. Significa, però, offrire strumenti di conoscenza di aspetti importanti, anche se non tecnici, della matematica, di dialogo con i colleghi di filosofia, strumenti concettuale che aiutano la maturazione ed il “venire a galla” della consapevolezza epistemologica.

A Pavia, dall’anno accademico 2001-2002, abbiamo inserito nel corso della laurea triennale un insegnamento di “Fondamenti della matematica” in concorrenza con altri corsi. Nel primo anno abbiamo avuto due studenti, nel secondo diciannove, di cui sette iscritti al terzo anno. Un successo insperato. Non è detto che si ripeta il prossimo anno. Contrariamente a quanto pensavo sono state proprio le questioni “filosofiche” ad interessarli maggiormente con la scoperta che il “mare dei matematici” non è così tranquillo come di solito si pensa: le diversità di opinioni li ha fatti arrivare, talvolta, vicini all’insulto.

Credo che meriti una attenzione particolare la riflessione sulla concezione platonista e su quella costruttivista insieme allo studio, con dati sperimentali, sul loro influsso sull’insegnamento.

Ho l’impressione che la posizione platonista sia poco popolare, almeno in modo esplicito, fra i cultori di didattica della matematica.

Può darsi che essi temano che un insegnante che aderisce a questa posizione epistemologica tenda a rendere passivi i suoi allievi, ad accettare tutto “*come già fatto*”.

Ritengo errata questa illazione.

L’attività di “*scoperta*” degli enti matematici, delle mutue relazioni, delle somiglianze e differenze, della architettura interna della matematica, della sua armonia e bellezza, dei suoi rapporti con la realtà fisica e sociale, è molto impegnativa e, forse, entusiasmante anche per gli allievi.

Molto più popolare, invece, è la concezione costruttivista. Mi piacerebbe pensare che non sia una moda. Soprattutto mi piacerebbe vedere, sperimentazioni alla mano, il suo influsso benefico e la sua maggior efficacia nell’insegnamento della matematica.

A conforto e, se volete, in appoggio a chi ha fatto o intende fare una scelta costruttivista, riporto alcune frasi tratte dalla *Introduzione* del volume *Notes in mathematics in primary schools* edito nel 1967 dalla Cambridge e dovuto alla Association of Teachers of Mathematics inglese. Parte di questa introduzione era già stata pubblicata dalla Rivista del Centro Morin nel 1973 quando ancora in Italia parlava di costruttivismo.

Le riporto perché

- quella di un corso di storia della matematica obbligatorio nella laurea specialistica per l’insegnamento;
- sono riflessioni di insegnanti
- sono di una chiarezza lapalissiana
- sono poco note ai didattici costruttivisti-sociali
- contengono chiare indicazioni per gli insegnanti.

Non so se gli insegnanti inglesi conoscevano Lakatos, che essi non citano mai neppure in bibliografia.

Essi, però, hanno una posizione epistemologica ben precisa.

‘La matematica è una creazione delle menti umane. [...]

La scoperta di nuove algebre e di nuove geometrie, insieme con gli studi sui fondamenti della matematica hanno dimostrato che la matematica non può essere un assoluto dato a priori o una scienza fondata interamente sulle osservazioni del mondo reale.

La matematica è fatta dagli uomini e possiede tutta la fallibilità e l'incertezza che questo comporta. Essa non esiste fuori dalla mente umana e prende le sue qualità dalle menti umane che l'hanno creata.

Siccome la matematica è fatta dagli uomini ed esiste solo nelle loro menti, essa deve essere fatta o rifatta nella mente di ciascuna persona che l'apprende. In questo senso la matematica può essere appresa solo creandola. [...]

La creazione della matematica da parte di un ragazzo non avviene nel vuoto.

Fin dall'inizio egli vive in un ambiente sociale che lo influenza in molti modi.

Questo ambiente gli offre alcune esperienze ed un linguaggio per parlarne.

Noi crediamo che l'apprendimento della matematica deve essere visto come un atto creativo (o ri-creativo) individuale che si sviluppa in un contesto sociale.

L'insegnante deve evitare giudizi ex cattedra ed avere comprensione nei confronti di ciò che il ragazzo cerca di fare.

Compito dell'insegnante è quello di conservare un certo equilibrio fra la richiesta avanzata dalla società che la matematica insegnata sia socialmente accettabile, cioè utile, e la libertà dell'alunno di creare una matematica che possa aver significato soltanto per chi la inventa. In questo senso l'insegnamento della matematica non è per nulla diverso da quello dell'arte o dell'inglese".

Conclusioni

La nostra scuola sta vivendo un momento di grande incertezza e di estrema confusione:

- a livello di studenti e di relative famiglie perché la riforma approvata in tutta fretta non riesce a decollare e muove qualche passo zigzagando a più non posso;
- a livello di docenti per le ben note vicende sui punteggi con l'intervento dei tribunali, proteste a più non posso di segno opposto, sit-in, insulti, menzogne pacchiane e per il blocco totale di immissioni in ruolo.

E' certo, comunque, che la scuola continuerà e che avrà sempre più bisogno di docenti preparati sia culturalmente che umanamente. Il lavoro, quindi, non ci manca e, credo, neppure l'impegno e la passione.