Progetto Lauree Scientifiche

Beautiful Minds

Giochi e matematica

UNIVERSITAS STUDIORUM UTINENSIS

Giorgio T. Bagni
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

Sommario
Storia e giochi
Da Luca Pacioli a John Nash

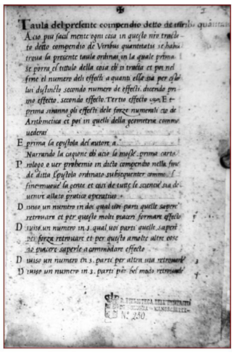
- **Introduzione**
  tra il XV e il XVI secolo
- **I quadrati magici**
  una storia antichissima
- **Moltiplicazioni**
  con risultati sorprendenti
- **Un gioco**
  di divinazione binaria
- **La Teoria dei Giochi**
  Von Neumann e Nash

Luca Pacioli

- Il francescano **Luca Pacioli** (1445-1514) è una figura primaria della matematica del XV–XVI secolo.
- Pacioli si ricorda per l'introduzione della "partita doppia"…
- … e per molti giochi matematici che oggi ispirano le nostre gare!

Un'opera manoscritta di Pacioli
De Viribus Quantitatis

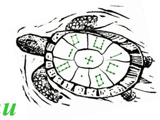
- Alla storia dei giochi matematici si collega ***De Viribus Quantitatis***, scritta presumibilmente tra il 1496 e il 1508.
- Una copia manoscritta, proveniente dalla biblioteca bolognese di G.G. Amadei, morto nel 1768, si trova presso la Biblioteca Universitaria di Bologna, codice 250.



Sommario
Storia e giochi
Da Luca Pacioli a John Nash

- **Introduzione**
  tra il XV e il XVI secolo
- **I quadrati magici**
  una storia antichissima
- **Moltiplicazioni**
  con risultati sorprendenti
- **Un gioco**
  di divinazione binaria
- **La Teoria dei Giochi**
  Von Neumann e Nash

I "quadrati magici"… partendo dalla Cina, VI sec. a.C.



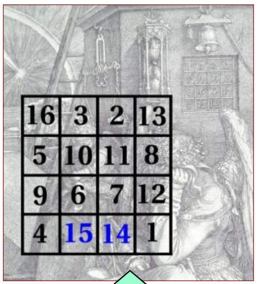
Lo Shu

4 e **2** sono le spalle
8 e **6** sono i piedi
un **3** sulla sinistra
un **7** sulla destra
porta un **9** sulla testa
è calzato con un **1**
mentre un **5** sta nel mezzo

4	9	2
3	5	7
8	1	6

I “quadrati magici”… partendo dalla Cina, VI sec. a.C.

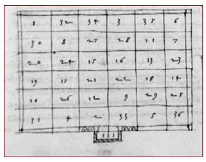
- **Il più antico quadrato magico** è il cinese *Lo Shu*, l’unico quadrato magico classico di ordine 3 (a parte i simmetrici etc.)
- L’interesse per questi “giochi” si diffuse in Occidente con *Malinconia* di **A. Dürer** (1514).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605–1675) trovò 880 quadrati magici di ordine 4.

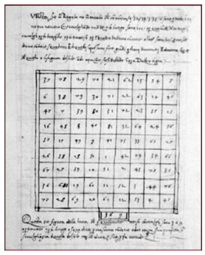


un **“quadrato magico”**

Quadrati magici nel XIV secolo

- L’introduzione dei quadrati magici in Europa è stata attribuita a **M. Moschopulos** intorno al 1415-1420, ma ci sono manoscritti precedenti (i quadrati di quello bolognese del 1339 sono in Pacioli).
- Alcuni dei quadrati (da 3×3 a 9×9) di Pacioli si ritrovano nel *De occulta philosophia libri tres* di Cornelio Agrippa (Anversa, 1531).



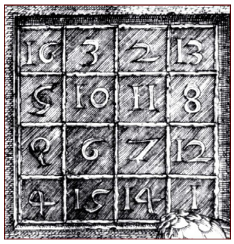


4	9	2
3	5	7
8	1	6

Devi comprendere!
Di Un fai Dieci,
getta via il Due,
uguaglia il Tre,
e sarai ricco.
Crepi il Quattro!
Di Cinque e Sei,
dice la strega,
fai Sette e Otto.
È tutto fatto.
Se Nove è Uno,
Dieci è nessuno.
Questa è la tabellina della strega!

I quadrati magici oggi

- La matematica da Frenicle ha realizzato molti risultati a proposito dei quadrati magici. Importante è…
- … l’ordine n del quadrato da costruire: esso può essere **dispari** (come per il quadrato *Lo Shu*, $n = 3$) o **pari** (come per quello di Dürer: $n = 4$).
- Presenteremo una regola per costruire un quadrato magico classico di ordine n dispari (vedremo ad esempio **il caso:** $n = 5$).



I quadrati magici oggi

- Iniziamo a porre **1 nella casella al centro della prima riga.**
- Poi collochiamo gli altri numeri, **in ordine, secondo una “diagonale ascendente”,** rispettando alcune regole.

		1		

I quadrati magici oggi

- **Regole per le “diagonali”:**
- si va alla colonna successiva in caso di fine colonna;
- si va alla riga precedente in caso di fine riga;
- si va alla casella inferiore in caso di casella occupata.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

E infine… verifichiamo!

- Troviamo la costante magica:
- somma dei numeri da 1 a 25: 25×26:2 = 325
- 325:5 = 65

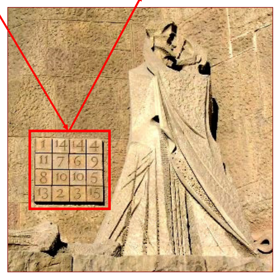
65	17	24	1	8	15
65	23	5	7	14	16
65	4	6	13	20	22
65	10	12	19	21	3
65	11	18	25	2	9
65	65	65	65	65	65

65 (diagonale)

La Sagrada Familia…

- **C’è un particolare interessante** nella splendida “facciata della Passione” di Josep Maria Subirachs...
- … un quadrato magico non classico di ordine 4 avente la costante magica 33 (mentre quella del quadrato di Dürer era **34**).

1	**14**	**14**	**4**
11	**7**	**6**	**9**
8	**10**	**10**	**5**
13	**2**	**3**	**15**



Sommario
Storia e giochi
Da Luca Pacioli a John Nash

- **Introduzione** tra il XV e il XVI secolo
- **I quadrati magici** una storia antichissima
- **Moltiplicazioni** con risultati sorprendenti
- **Un gioco** di divinazione binaria
- **La Teoria dei Giochi** Von Neumann e Nash

Torniamo a Pacioli: moltiplicazioni con risultati sorprendenti

- Il “XXXII effecto” è introdotto dalla dicitura **“De doi numeri che, multiplicato l’uno in l’altro, sempre farà la summa del producto le figure che voli”**. Non appare chiaro, sulla base del titolo, l’intendimento dell’Autore: si tratta di trovare dei fattori che portino a prodotti, in forma posizionale decimale, espressi da numeri costituiti da una stessa cifra ripetuta.
- Pacioli considera il caso di sei cifre e si propone di ottenere: **111111, 222222, 333333, 444444, 555555, 666666, 777777, 888888, 999999**
- Egli si basa inizialmente sul prodotto:
  777 × 143 = 111111

Torniamo a Pacioli: moltiplicazioni con risultati sorprendenti

- Moltiplicando un fattore (Pacioli opera sul secondo, 143) per 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (e dunque scegliendo come secondi fattori quelli riportati in grassetto nella tabella) si otterranno i prodotti sopra elencati:
- 777 × (143×2) = 777 × **286** = 111111 × 2 = 222222
  777 × (143×3) = 777 × **429** = 111111 × 3 = 333333
  777 × (143×4) = 777 × **572** = 111111 × 4 = 444444
  777 × (143×5) = 777 × **715** = 111111 × 5 = 555555
  777 × (143×6) = 777 × **858** = 111111 × 6 = 666666
  777 × (143×7) = 777 × **1001** = 111111 × 7 = 777777
  777 × (143×8) = 777 × **1144** = 111111 × 8 = 888888
  777 × (143×9) = 777 × **1287** = 111111 × 9 = 999999

Sommario
Storia e giochi
Da Luca Pacioli a John Nash

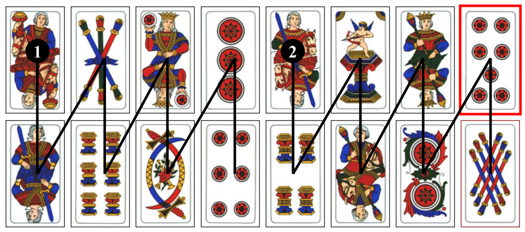
- **Introduzione** tra il XV e il XVI secolo
- **I quadrati magici** una storia antichissima
- **Moltiplicazioni** con risultati sorprendenti
- **Un gioco** di divinazione binaria
- **La Teoria dei Giochi** Von Neumann e Nash

Un gioco di
divinazione binaria

- Disponiamo sedici carte da gioco nel modo seguente e chiediamo al partecipante di individuarne una senza indicarla (*De Viribus Quantitatis*, Capitolo LXIX).
- Inquadriamo in rosso la carta scelta **(il *settebello*):**

Un gioco di
divinazione binaria

- Alla **prima** domanda ("in che riga sta la carta?") il partecipante indica la prima riga.
- Dopo lo spostamento (le linee 1, 2 diventano le nuove righe), la carta sta in una delle posizioni indicate:

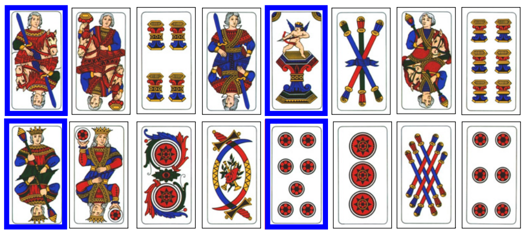


Un gioco di
divinazione binaria

Così facendo la carta "pensata" verrà ad essere posizionata in un posto di ordine dispari

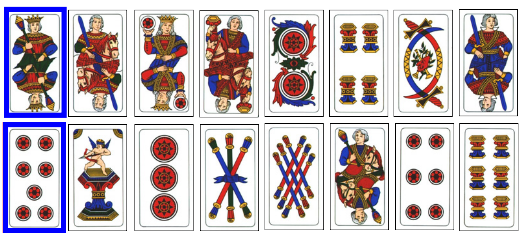
Un gioco di
divinazione binaria

Ripetendo la procedura la carta "pensata" verrà ad essere posizionata in un posto di ordine 1, 5, 9 o 13



Un gioco di
divinazione binaria

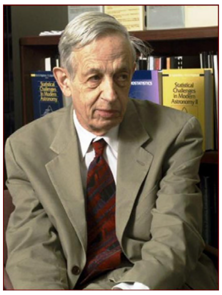
Ripetendo ancora la carta sarà in un posto di ordine 1 o 9. Alla quarta domanda si indicherà la riga e la carta sarà individuata!



Sommario
Storia e giochi
Da Luca Pacioli a John Nash

- **Introduzione**
  tra il XV e il XVI secolo
- **I quadrati magici**
  una storia antichissima
- **Moltiplicazioni**
  con risultati sorprendenti
- **Un gioco**
  di divinazione binaria
- **La Teoria dei Giochi**
  Von Neumann e Nash

Teoria dei Giochi
Beautiful minds



- Ma i giochi matematici sono davvero soltanto “giochi”?
- Per gli studi sui giochi matematici a **John Nash** (1928) è stato conferito nel 1994 il **Premio Nobel** per l’economia.
- La storia di Nash, la sua genialità abbinata alla schizofrenia, ha interessato e commosso milioni di persone…
- …ma Nash non è certo l’unico matematico che, dopo Pacioli, si è impegnato nella **Teoria dei Giochi.**

Teoria dei Giochi
Beautiful minds

- János (John von) **Neumann** (1903–1957) fu una figura chiave della Game Theory.
- E non si deve dimenticare il grande Ennio **De Giorgi** (1928–1996), uno dei più importanti matematici del XX secolo: uno dei risultati per i quali è noto Nash riguarda la regolarità hölderiana delle soluzioni delle equazioni ellittiche del secondo ordine e **oggi viene chiamato Teorema di De Giorgi–Nash** (De Giorgi lo provò nel 1957).

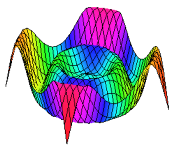
Teoria dei Giochi
Beautiful minds

- La Teoria dei Giochi si occupa di situazioni in cui **più agenti sono chiamati a prendere alcune decisioni.**
- Gli agenti capiscono la situazione in cui si trovano e sono in grado di fare ragionamenti logici anche complessi (sono “intelligenti”); hanno l’obiettivo di massimizzare le loro preferenze (sono “razionali”).
- Un gioco si dice **non cooperativo** quando l’adozione di strategie riguarda i singoli giocatori sulla base di ragionamenti individuali (se n’è occupato Nash).
- Un gioco si dice **a somma nulla** se la somma delle vincite è zero (ad esempio quando una squadra vince e l’altra perde).

Chiudiamo con *De Viribus Quantitatis*
Uno spunto attuale

- Nell’antico lavoro di Pacioli c’è un suggerimento: l’indicazione di una strada forse lontana dalla didattica ufficiale, colta, ma talvolta fredda di quel tempo (dei giorni nostri?), ma ricca e stimolante: **una lettura che, dopo mezzo millennio, non ha ancora esaurito la propria vitalità…**

  …per le beautiful minds!



Grazie a tutti dell’attenzione