

I.C. "Goldoni", Martellago, 28 aprile 2009

Matematica e culture
**Calcolo pratico e uso di artefatti in Cina:
 un'esperienza didattica**



Giorgio T. Bagni
 Dipartimento di Matematica e Informatica
 Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

Uso delle bacchette da calcolo e opportunità didattiche

- Nel caso che abbiamo esaminato l'uso delle bacchette e della tavola da calcolo si mantiene **aderente alla tradizione storica** della matematica cinese.
- **L'insegnante ha un ruolo chiave**: presenta le modalità di uso (**artefatto secondario**) dell'**artefatto primario**.
- Il rapporto degli artefatti è essenziale: **non esiste un solo "modo" di usare lo strumento!**
- Anticipiamo che la manipolazione delle bacchette determina situazioni interessanti: ad esempio, i coefficienti nulli indicano **"fisicamente"** l'assenza di **"elementi di disturbo"**.

Uso delle bacchette da calcolo e opportunità didattiche

- Molto importante è il ruolo dello **zero**:
- la "sparizione" di uno dei coefficienti rende **fisicamente** possibile **risolvere l'equazione**.
- Il significato di tale elemento è rilevante in quanto può **contribuire a "suggerire" la strategia risolutiva**.
- Possibili **errori**: "eliminazione" di bacchette; aggiunta delle stesse bacchette a tutte le caselle di una riga.

| | | |
|-------|-------|--|
| | Vuoto | |
| Vuoto | | |

Una prima verifica sperimentale tra la primaria e la secondaria

- Descriveremo sinteticamente (per ora senza pretese di organicità) alcuni risultati di una prima esperienza didattica condotta in una **classe I media** (allievi di 11-12 anni) a Treviso nel 2004.
- Al momento dell'esperienza gli allievi **non avevano trattato i numeri negativi né le equazioni**. Solo alcuni di essi avevano qualche esperienza (risalente alla scuola primaria) con esercizi del tipo: "indovina un numero sapendo che..."
- L'esperienza si è svolta in aula, durante un'ora di lezione, alla presenza dell'insegnante di matematica e dello sperimentatore (che non è mai intervenuto).

Una prima verifica sperimentale

- Era stata precedentemente introdotta alla classe la **rappresentazione dei numeri con le bacchette**; gli allievi hanno avuto occasione di esercitarsi.
- In una **tabella corredata con etichette**, realizzata su di un banco, era stato poi rappresentato il problema: "due pacchetti uguali contengono, in tutto, quattro biscotti. Quanti biscotti ci sono in ciascun pacchetto?"
- Era stato poi mostrato che dividendo per 2 i numeri in tutte le caselle della tabella si ottiene la soluzione.

| | |
|-----------|----------|
| | |
| pacchetti | biscotti |

Una prima verifica sperimentale

- Gli allievi sono stati suddivisi in sei gruppi di tre.
- Durante la risoluzione, il ruolo dell'insegnante è stato di controllo (passando tra i vari gruppi): ha segnalato eventuali errori, ma non ha dato suggerimenti.

Problema, ispirato al Chiu Chang
 Cinque covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 19 sheng.
 Tre covoni di grano di tipo A aggiunti a due covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 12 sheng.
 Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?

Una prima verifica sperimentale

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ → **...e la seconda meno la prima!**

$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$ → **no**

“adesso posso fare questi meno quelli”
 (indicando le righe).

| | | |
|---------------|---------------|-------|
| I | | II |
| covoni tipo A | covoni tipo B | grano |
| | I | III |

- Indicativa, inoltre, è una frase pronunciata da F. (l'allieva che ha più attivamente collaborato con S.): **“Si riesce quando due diventano uguali”.**

Una prima verifica sperimentale

- Dunque S. e F. hanno utilizzato solamente la regola che consente di sottrarre una riga dall'altra.
- Ma tale modo di procedere non è sempre applicabile (gli allievi non avevano trattato i numeri negativi).
- Allo stesso gruppo è stato proposto un altro problema:
- Quattro covoni di grano di tipo A aggiunti a un covone di grano di tipo B hanno il rendimento di 6 sheng. Due covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 8 sheng. Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?

Una prima verifica sperimentale

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ → **...e facciamo le due divisioni!**

$\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$ → **di questi da quelli, non ce ne sono abbastanza”**, S. applicherà la regola che consente di moltiplicare gli elementi di una riga per $k > 0$ (in questo caso: la prima riga per $k = 3$).

| | | |
|---------------|---------------|-------|
| I | | I |
| covoni tipo A | covoni tipo B | grano |
| | I | II |

- F. ribadisce: **“Sì, sì, bisogna far diventare questo... uguale a questi!”** e il procedimento può proseguire.

Una prima verifica sperimentale

- Questa prima esperienza è limitata e consente solo di indicare considerazioni parziali.
- Tuttavia l'uso frequente di **espressioni deittiche** (“questi”, “quelli”) accompagnato da una **marcata componente gestuale** ci sembra interessante (come evidenziato ad esempio in: Steinbring, 2002).
- Le allieve hanno preferito la “regola” (artefatto secondario) più direttamente **legata alla presenza fisica dei bastoncini** (“fare questi meno quelli”).
- Il ricorso all'altra “regola” è stato suggerito dalla possibilità di applicare la “regola della sottrazione” (infatti **“si riesce quando due diventano uguali”**).

Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- È in corso una più ampia sperimentazione. Comunque i dati finora esaminati sembrano suggerire che l'uso degli **artefatti primari** (bacchette e tavola da calcolo) collegato a quello di **artefatti secondari** (modalità per variare la tabella) possa agevolare la messa a punto di strategie risolutive, dunque l'accostamento agli **artefatti terziari** basati sulle attività con tali artefatti primari e secondari.
- Si noti che i Cinesi risolvevano sistemi di due equazioni in due incognite anche con altri metodi (riassumibili in formule), ma il ruolo delle bacchette non appare in tali casi particolarmente significativo.

Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- Una rappresentazione esterna come quella ottenuta mediante le bacchette sulla tavola da calcolo è costituita da un complesso di segni, relazioni spaziali, regole incorporate.
- Ma gli allievi si accostano ad essa come ad un **gioco**.
- Una traccia importante da esplorare è dunque la seguente: forse è più facile “capire” nel gioco che nella rappresentazione astratta (algebraica)...
- Dunque **potrebbe essere il gioco stesso (che, per l'allievo, è dotato di significato di per se stesso, in quanto gioco nuovo) a conferire significato al procedimento algebrico!**

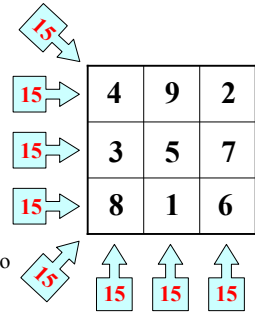
Alcune riflessioni conclusive e indicazioni per approfondimenti

- “Per esprimere le relazioni algebriche non sono sempre indispensabili i tipici segni dell’algebra” (Steinbring, 2002, p. 20).
- Ulteriori studi potranno chiarire se l’uso di bacchette e tavola da calcolo possa **introdurre la risoluzione di sistemi con metodi di eliminazione** e, più in generale, **suggerire o sottolineare l’importanza dell’impostazione matriciale**.
- Segnaliamo inoltre l’importante occasione **interculturale** per un accostamento critico alla matematica cinese e al **contesto** nell’ambito del quale si è prodotta.

Anche altri celebri artefatti (secondari) potranno essere studiati...

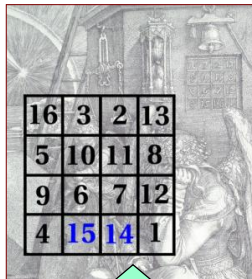
Lo Shu

4 e 2 sono le spalle
8 e 6 sono i piedi
un 3 sulla sinistra
un 7 sulla destra
porta un 9 sulla testa
è calzato con un 1
mentre un 5 sta nel mezzo



In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

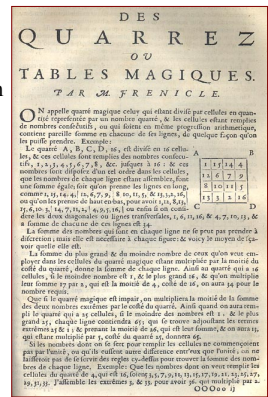
- Il più antico quadrato magico è il *Lo Shu*.
- L’interesse per queste “tabelle” si diffuse in Occidente con *Malinconia* di A. Dürer (1514; ma si veda il *De Viribus Quantitatis* di L. Pacioli).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605-1675) studiò i quadrati magici diversi di ordine 4 (pubbl. 1693).



un “quadrato magico”

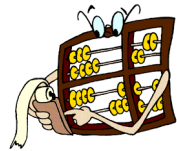
In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

- L’approccio alla questione dei matematici cinesi è ben diverso da quello di Frenicle.
- Anche ai giorni nostri i quadrati magici sono oggetto di studi matematici profondi.
- L’artefatto secondario si è dunque ben “collegato” con un artefatto terziario...



Le bacchette da calcolo: una storia a... lieto fine

- L’**abaco cinese** (*suanpan*) può essere considerato l’evoluzione delle bacchette da calcolo (Martzloff, 1987).
- La prima illustrazione dell’abaco risale al 1436, ma Needham suggerisce che potrebbe risalire al VI sec.



| | | | | | | | | |
|---|----|-----|------|------|---|----|-----|-----|
| | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| I | II | III | IIII | IIII | T | TT | TTT | TTT |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

A tutti grazie dell’attenzione

