

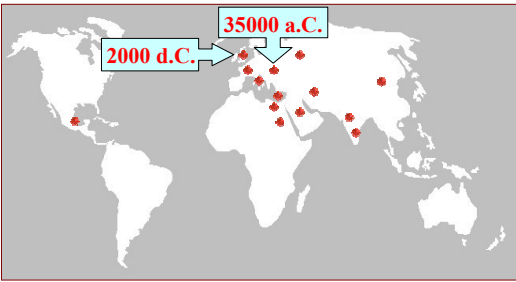
I.C. "Goldoni", Martellago, 28 aprile 2009

Matematica e culture
Calcolo pratico, uso di artefatti in Egitto e a Roma, esperienze mesoamericane




Giorgio T. Bagni
 Dipartimento di Matematica e Informatica
 Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

Storia e geografia dei numeri



- Troviamo ricerche sui numeri in molte parti del mondo. (anche se la nostra storia resta troppo... **eurocentrica!**)

Contributi dalle altre culture: pedagogia (educazione, didattica) trans-, meta-, multi-, inter-culturale

- Approccio **transculturale** *verso una pedagogia aculturale?*
- Approccio **metaculturale** *porta ad una pedagogia aculturale!*
- Approccio **multiculturale** *"convivenza", più che interazione*
- Approccio **interculturale** ■ **Interazione: confronto paritetico, valorizzazione delle differenze**
- Seguendo questa classificazione (A. Portera) vedremo un'interazione didatticamente significativa...

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... Numeri naturali o counting numbers

- La denominazione inglese dei numeri naturali evoca esplicitamente il **conteggio**.
- Qualche traccia di conteggio risale al 35000 a.C.: è stato trovato un osso di lupo con 55 tacche incise, raggruppate a blocchi di cinque.
- Una testimonianza preziosa anche per quanto riguarda l'uso implicito della **base numerica 5** (naturalmente collegata, come notò Aristotele, alle dita della mano).
- Alcune tribù in Australia usano sistemi numerici con due soli termini: *Uno, Due, Due-Uno, Due-Due*.

Concetti e linguaggio: un abbinamento chiave nella storia della matematica

- Considerare la "numerosità" non significa numerare.
- È infatti necessario concepire ed utilizzare un efficace sistema numerico.
- Nella storia della matematica, spesso l'evoluzione di tecniche e di concetti porta all'evoluzione del **linguaggio** impiegato per la loro descrizione.
- Viceversa, spesso l'evoluzione del linguaggio determina l'evoluzione di tecniche e di concetti.
- La **numerazione additiva romana** ha ostacolato la realizzazione di tecniche di calcolo efficaci.
- Anche gli **Egizi** avevano una numerazione simile...

"Regola per ottenere la conoscenza di tutte le cose oscure..."

- Un particolare del **papiro Rhind** (1650 a.C., forse 2000 a.C.), uno dei principali documenti della matematica **egizia**.



Una moltiplicazione effettuata... "sommando": il metodo del raddoppio

- Eseguiamo 13×18 (utilizzando la notazione numerica moderna):

→	1	18	←
→	2	36	←
→	4	72	←
→	8	144	←

(basta così: $8 \times 2 = 16 > 13$)

- (8+4+1) 13 234 (144+72+18)**
- Gli Egizi moltiplicavano numeri anche molto grandi utilizzando sempre l'addizione.

Moltiplicazione e notazione numerica presso gli Egizi

- Eseguiamo 13×18 (utilizzando la notazione numerica originale egizia):

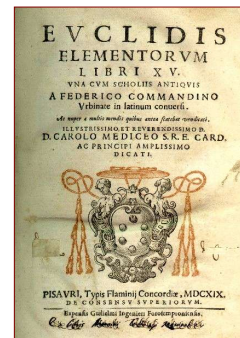
→			←
→			←
→			←
→			←
			←

- I numeri erano scritti in notazione **additiva** iniziando dalle unità (|); poi le decine (∩) e le centinaia (ρ).

I Babilonesi: una base numerica nuova ed una notazione semi-posizionale

- I Babilonesi scrivevano i numeri (**cuneiformi**): con una notazione **semi-posizionale** (anticipando per molti versi il nostro modo di scrivere i numeri), in **base 60**.
- Ad esempio: 1; 59 2; 0; 2; 49 significava: 119; 120; 169 (era una **terna pitagorica**: $119^2 + 120^2 = 169^2$: tavoletta Plimpton 322, precedente al 1600 a.C.).
- La base numerica 60 era più comoda della base 10: i divisori propri di 10 sono: **2, 5**; quelli di 60 sono: **2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30**.

Euclide "fonda" la Geometria, ma non si preoccupa di "definire" i numeri



- "Pensava forse che fosse inutile introdurre ipotesi per dei concetti di base ammessi **senza alcuna discussione**?" (Jean Dieudonné)
- Il calcolo pratico era per i Greci **una forma minore di matematica**.
- Ci occuperemo ora della matematica della Roma antica.

Il calcolo pratico a Roma

- I Romani eseguivano calcoli mediante l'**abaco a gettoni**.
- La posizione di un gettone in corrispondenza di una riga indica un'unità del valore della lettera indicata a fianco della riga considerata (al posto di cinque gettoni collocati in una riga può essere posto un unico gettone tra la riga in questione e quella superiore).
- Ad esempio, eseguiamo con l'abaco la somma: **3614+526**
- Rappresenteremo innanzitutto questi due addendi nelle colonne della tavoletta mediante opportune disposizioni di gettoni.

Il calcolo pratico a Roma

M	•••	
C	•••••	•••••
X	•	••
I	••••	••••••

- Il risultato dell'operazione (4140) è così indicato:

M	••••
C	•
X	••••
I	

- Ci occuperemo ora di una cultura matematica molto "lontana" (purtroppo scarsamente considerata).

L'America precolombiana

- la civiltà dei **Maya** ebbe una storia lunga e ricca, generalmente suddivisa addirittura in tre fasi: un periodo preclassico (dal 1500 a.C. al 250 d.C.), un periodo classico (dal 250 al 1200) ed un periodo postclassico (dal 1200 fino alla conquista spagnola).
- Notevole importanza, per motivi religiosi, era attribuita alla **misurazione del tempo** presso i Maya. La notazione numerica per esprimere gli intervalli di tempo nel calendario maya sfruttava un sistema di tipo posizionale in base 20.
- Era utilizzato un apposito simbolo, a forma di occhio semiaperto, per le posizioni vuote, e dunque lo **zero**.



L'America precolombiana

- Nella Cordigliera Andina diverse civiltà si sono sviluppate fino alla conquista spagnola (1532). L'ultima cultura superiore è stata quella degli **Inca**.
- Nell'immenso impero l'amministrazione incaica teneva registrate le risorse.
- A questo lavoro erano dedicati funzionari chiamati *quipucamayoc*; costoro, a mezzo di **fasci di cordicelle di vari colori e portanti ognuna diversi nodi**, controllavano derrate alimentari, censimenti di uomini e di animali, armi etc.
- **Le cordicelle annodate erano chiamate quipu** e rappresentavano dei registri molto complessi.

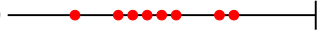


L'America precolombiana

- Dallo studio di *quipu* e dalle informazioni forniteci dai conquistatori spagnoli, sappiamo che la numerazione utilizzata dagli Inca, e probabilmente anche dalle altre culture andine, era **in base 10**.
- Il fatto che in Messico fosse adoperata la **base 20** e nel Sud America quella decimale non trova una facile spiegazione.
- Questi sistemi derivano dall'**indigitazione**, cioè dal conteggio sulle dita: gli antichi messicani contavano su tutte le dita delle mani e su quelle dei piedi, mentre i popoli andini invece contavano solamente sulle dita delle mani.



L'America precolombiana

- I numeri nei *quipu* erano rappresentati da nodi.
- Se su di una corda vi era un nodo in basso, poi, dopo una certa separazione, vi erano, cinque nodi più sopra, e quindi, dopo un'altra piccola separazione, vi erano altri due nodi,
(estremità libera)  L'insieme significava: un'unità (il nodo più in basso), cinque decine e due centinaia: **251**.
- Il colore della cordicella indicava il tipo di merce. Le cordicelle che componevano un *quipu* erano legate ad una corda che, talvolta, portava legata una cordicella con la somma dei numeri rappresentati.



L'America precolombiana

- I *quipu* non erano strumenti di calcolo, anche se per addizionare bastava accostare le cordicelle dello stesso colore e sommare i nodi alle stesse altezze.
- Era necessario per i *quipucamayoc* eseguire molte operazioni aritmetiche, ma non conosciamo il loro modo di operare. **Forse utilizzavano un abaco** come appare in una illustrazione del cronista Guaman Poma de Ayala (ma *La nueva cronica* è stata compilata quando in Perù si erano già radicate alcune consuetudini spagnole).
- L'utilizzo dei *quipu* era molto antico: gli Inca infatti hanno usato e perfezionato metodi già noti in varie parti del loro impero (Romano, 2000).



A tutti grazie dell'attenzione

