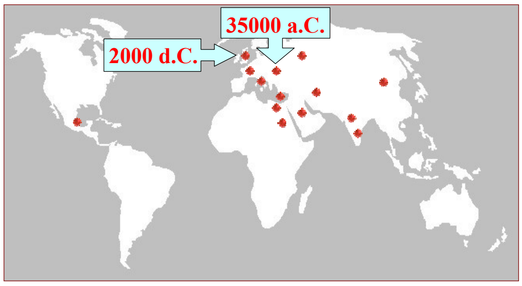
Belluno, 21 marzo 2009

Storia e geografia della matematica: la tradizione cinese

Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

Premessa: la carta geografica e…



- Troviamo ricerche sui numeri in molte parti del mondo.
  Ma la storia che ci raccontiamo non sarà troppo… **eurocentrica?**

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

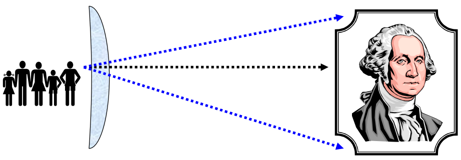
- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni
- **Primo esempio.** Un'assenza significativa: la matematica a Roma
- **Secondo esempio.** In Cina nel VI secolo a.C.: tra numeri e "quadrati magici"
- **Terzo esempio.** Dalle dita ai bastoncini: le "bacchette da calcolo"
- **Quarto esempio.** L'algebra cinese: i sistemi di equazioni
- Verso una **conclusione** "aperta"

La Matematica e la sua storia: una presenza e molte questioni

- Questioni fondamentali:
- è corretto concepire la storia come un percorso che, attraverso tentativi e rivisitazioni critiche, porti **alla sistemazione moderna**?
- Possiamo cioè riferire l'intera evoluzione storica della Matematica alle nostre attuali concezioni?
- Quale ruolo va attribuito ai **fattori culturali e sociali**?
- Le fasi che consideriamo come momenti di passaggio verso la formazione della Matematica "compiuta" (la nostra), costituivano **la Matematica "compiuta" dell'epoca, in base a concezioni culturali precise**.

Lente e "punto di vista": l'importante è mettere a fuoco… ma che cosa?

- Attraverso la nostra lente noi possiamo cercare di comprendere (di interpretare, di valutare) **direttamente il fatto storico.**



- Dobbiamo comprendere **l'ambiente socio-culturale nel quale si inquadra il fatto storico.**

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni
- **Primo esempio.** Un'assenza significativa: la matematica a Roma
- **Secondo esempio.** In Cina nel VI secolo a.C.: tra numeri e "quadrati magici"
- **Terzo esempio.** Dalle dita ai bastoncini: le "bacchette da calcolo"
- **Quarto esempio.** L'algebra cinese: i sistemi di equazioni
- Verso una **conclusione** "aperta"

Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

- È anche necessario considerare il contesto socio-culturale del periodo in cui certi saggi sono stati scritti!

- Leggiamo il **Sommario** della voce *Matematica* redatta per l'edizione 1934 dell'*Enciclopedia Italiana* (volume XXII, p. 547) da **F. Enriques** (1871-1946, Direttore della sezione Matematica dell'*Enciclopedia* dal 1925 al 1937, allontanato dall'insegnamento universitario nel 1938 in seguito alle leggi razziali).

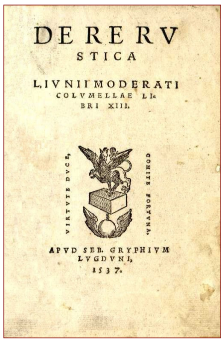
Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

- *Storia*. 1. La Matematica come scienza razionale
  2. Matematiche preelleniche
  3. Sviluppo delle Matematiche presso i Greci
  4. Le opere classiche
  5. Sviluppi ulteriori e decadenza nel periodo ellenistico
  6. **Trasmissione attraverso i Romani**
  7. Alto Medioevo
  etc.
- Si parla di **"Trasmissione attraverso i Romani"**: dunque ai Romani va riconosciuto un ruolo attivo e in qualche modo positivo nei confronti della Matematica?

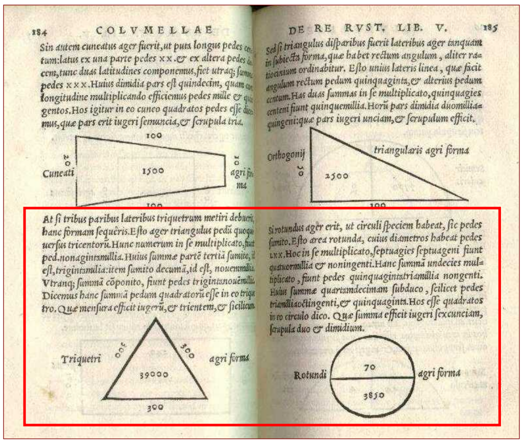
Un esempio di influenza del contesto: quale Matematica nella Roma antica?

- Enriques, con riferimento al periodo ellenistico scrive:
- "Gli ultimi secoli videro una decadenza dell'intelletto matematico e anche un ritorno alla mistica dei numeri, massimamente sviluppata dai neopitagorici e dai neoplatonici (…). A queste circostanze si deve che il nome generico *matematici* venga a designare una classe di cabalisti, indovini o magi, **oggetto di dispregio, di terrore e di persecuzioni**" (p. 548).
- Poche righe dopo, l'Autore onestamente riconosce:
- "**I Romani non hanno mai avuto interesse speculativo per le Matematiche**".

"Nemo Chrystianorum presbyter non mathematicus" (Volpisco, *Saturnali*)



- "La nuova stirpe dominatrice si mostrò **del tutto priva dell'attitudine** di coltivare le discipline che nessuna palese relazione manifestavano con l'arte della guerra e del governare" (G. Loria, nel capitolo intitolato **"SPQR"**).
- **Lucio G. M. Columella** da Cadice scrisse (62 d.C.) ***De Re Rustica***, con elementi di geometria pratica.



184 COLVMELLAE

Sin autem cuneatus ager fuerit, ut puta longus pedes centum: latus ex una parte pedes XX. & ex altera pedes decem, tunc duas latitudines componemus, fiet utraq; summa pedes XXX. Huius dimidia pars est quindecim, quam cum longitudine multiplicando efficiemus pedes mille & quingentos. Hos igitur in eo cuneo quadratos pedes esse dicemus, quae pars erit iugeri semuncia, & scrupula tria.

At si tribus paribus lateribus triquetrum metiri debueris, hanc formam sequêris. Esto ager triangulus pedū quoquoversus tricentorū. Hunc numerum in se multiplicato, fiunt ped. nonagintamillia. Huius summae partē tertiā sumito, id est, trigintamilia: item sumito decumā, id est, nouemmilia. Vtranq; summā cōponito, fiunt pedes triginta nouēmilia. Dicemus hanc summā pedum quadratorū esse in eo triquetro. Quae mensura efficit iugerū, & trientem, & sicilicum.

DE RE RVST. LIB. V. 185

Sed si triangulus disparibus fuerit lateribus ager tanquam in subiecta forma, quae habet rectum angulum, aliter ratiocinium ordinabitur. Esto unius lateris linea, quae facit angulum rectum pedum quinquaginta, & alterius pedum centum. Has duas summas in se multiplicato, quinquagies centeni fiunt quinquemillia. Horū pars dimidia duomillia quingenti: quae pars iugeri unciam, & scrupulum efficit.

Si rotundus ager erit, ut circuli speciem habeat, sic pedes sumito. Esto area rotunda, cuius diametros habeat pedes LXX. Hoc in se multiplicato, septuagies septuageni fiunt quatuormillia & noningenti. Hanc summā undecies multiplicato, fiunt pedes quinquagintatriamillia nongenti. Huius summae quartamdecimam subduco, scilicet pedes triamillia octingenti, & quinquaginta. Hos esse quadratos in eo circulo dico. Quae summa efficit iugeri sexcunciam, scrupula duo & dimidium.

Un esempio di influenza del contesto: "non-matematica" nella Roma antica?

- Formule approssimate per il calcolo di aree:

1. per trovare l'area di un triangolo equilatero di lato l:
   Area = $l^2 \cdot 13/30$
   (con ciò si approssima la radice di 3 con **26/15**)
2. per trovare l'area di un cerchio di diametro d:
   Area = $d^2 \cdot 11/14$
   (con ciò si approssima π con **22/7**)

- In entrambi i casi l'approssimazione è per eccesso:
  caso 1: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000740…
  caso 2: (val. approssimato)/(val. esatto) = 1.000402…

Un esempio di influenza del contesto: “non-matematica” nella Roma antica?

- Columella “al pari degli antichi Egiziani **non [sempre] insegna regole generali, ma lascia al lettore** i desumerle dalle applicazioni” (G. Loria).
- Inoltre: si tratta di approssimazioni valide?
- Forse, ma due secoli e mezzo prima di Columella, un greco-siciliano che perse la vita proprio a causa degli invasori romani aveva messo a punto una tecnica per ottenere **approssimazioni per difetto e per eccesso**: la considerazione di poligoni regolari inscritti e circoscritti.
- **Gli interessi di Archimede non erano solo pratici!**

Facciamo il punto: Roma e la Grecia

753 a.C. fond. Roma	
	550 a.C. Talete, Pitagora
	360 a.C. Eudosso
510 a.C. Repubblica	300 a.C. Euclide
	225 a.C. Apollonio, Eratostene
212 a.C. conq. Siracusa	212 a.C. Archimede
146 a.C. conq. Grecia	140 a.C. Ipparco
64 a.C. conq. Mesopotamia	
30 a.C. conq. Egitto	100 Nicomaco, 150 Tolomeo
	75 Erone, 250 Diofanto
476 caduta impero occ.	320 Pappo, 390 Teone

- S. Boezio (480-524) ⇐ **l’unico matematico “romano”**

Rileviamo ancora l’influenza del contesto (storico e storiografico)

- F. Enriques e G. Loria sono stati indotti (dal contesto politico e culturale) a presentare titoli ambigui:
  “Trasmissione attraverso i Romani”
  “S.P.Q.R.” (un intero capitolo dedicato a… nulla!)
- Solo nel testo hanno riconosciuto la realtà storica sviluppatasi in un contesto **intrinsecamente non-matematico**.
- “Graecia capta ferum victorem cepit et artes intulit agresti Latio” (Orazio, *Epistole*, 2, 1, 156-157).
- Per le arti, forse, i Romani furono discepoli dei Greci: ma **non certo per quanto riguarda la Matematica!**

Facciamo il punto: storia… e geografia

- Abbiamo finora mostrato la necessità di considerare adeguatamente il contesto socio-culturale nella presentazione dei riferimenti storici.
  Ciò porta ad alcune indicazioni generali:
- la storia della Matematica **non deve essere interpretata come la progressiva “scoperta” di contenuti pre-esistenti, ma come un elemento dell’evoluzione sociale e culturale umana**.
- la storia, inoltre, non può non essere affiancata dalla **geografia**. **Ad esempio, come potremmo collegare la Matematica classica a quella tardo-medievale…**

Come collegare la matematica classica alla tardo-medievale *senza gli Arabi?*

Matematica greca

212 a.C.: Roma conquista Siracusa; morte di Archimede

Matematica romana (pressoché insignificante; tuttavia si mantiene viva la tradizione ellenistica)

(524: morte di Boezio)

?

Collegamento: matematica araba!

1202: pubblicazione del "Liber Abaci" di Fibonacci

Sviluppo della Matematica nell'Europa occidentale: dal Medioevo ai giorni nostri

2000: ...

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni

Prima conclusione. La considerazione del contesto permette l’accostamento corretto e utile al dato storico

- **Secondo esempio.** In Cina nel VI secolo a.C.: tra numeri e “quadrati magici”
- **Terzo esempio.** Dalle dita ai bastoncini: le “bacchette da calcolo”
- **Quarto esempio.** L’algebra cinese: i sistemi di equazioni
- Verso una **conclusione** “aperta”

In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

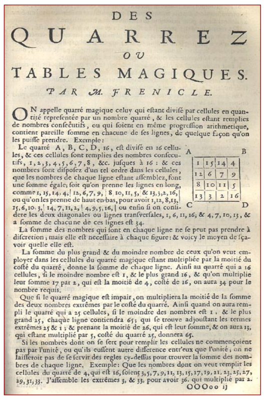
Lo Shu

4 e **2** sono le spalle
8 e **6** sono i piedi
un **3** sulla sinistra
un **7** sulla destra
porta un **9** sulla testa
è calzato con un **1**
mentre un **5** sta nel mezzo

15			
15	4	9	2
15	3	5	7
15	8	1	6
15	15	15	15

In Cina nel VI sec. a.C. tra numeri e “quadrati magici”

- **Il più antico quadrato magico** è il cinese *Lo Shu*.
- È l’unico quadrato magico di ordine 3 (a parte i quadrati simmetrici etc.)
- L’interesse per questi “giochi” si diffuse in Occidente con *Malinconia* di A. Dürer (1514).
- **B. Frenicle de Bessy** (1605-1675) trovò tutti gli 880 quadrati magici diversi di ordine 4 (pubbl. 1693).


DES QUARREZ OU TABLES MAGIQUES. PAR M. FRENICLE.

On appelle quarré magique celuy qui estant divisé par cellules en quantité representée par un nombre quarré, & les cellules estant remplies de nombres consecutifs, ou qui soient en même progression arithmetique, contient pareille somme en chacune de ses lignes, de quelque façon qu'on les puisse prendre. Exemple:

Le quarré A, B, C, D, 16, est divisé en 16 cellules, & ces cellules sont remplies des nombres consecutifs, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. jusques à 16: & ces nombres sont disposez d'un tel ordre dans les cellules, que les nombres de chaque ligne estant assemblez, font une somme égale; soit qu'on prenne les lignes en long, comme 1, 15, 14, 4, | 12, 6, 7, 9, | 8 10, 11, 5, & 13, 3, 2, 16, | ou qu'on les prenne de haut en bas, pour avoir 1, 12, 8, 13, | 15, 6, 10, 3, | 14, 7, 11, 2, | 4, 9, 5, 16, | ou enfin si on considere les deux diagonales ou lignes transversales, 1, 6, 11, 16; & 4, 7, 10, 13, & a somme de chacune de ces lignes est 34.

A			B
1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16
C			D

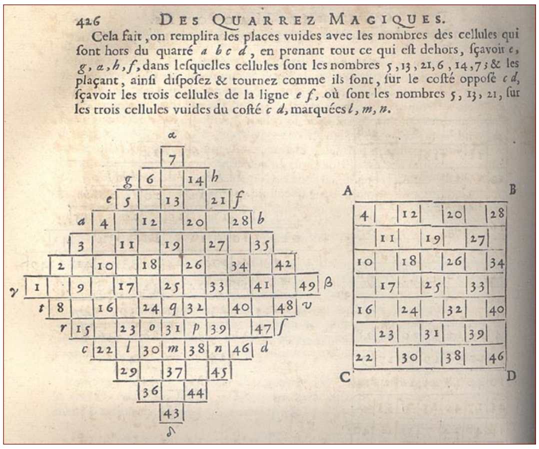
La somme des nombres qui sont en chaque ligne ne se peut pas prendre à discretion; mais elle est necessaire à chaque figure: & voicy le moyen de sçavoir quelle elle est.

La somme du plus grand & du moindre nombre de ceux qu'on veut employer dans les cellules du quarré magique estant multipliée par la moitié du costé du quarré, donne la somme de chaque ligne. Ainsi au quarré qui a 16 cellules, si le moindre nombre est 1, & le plus grand 16, & qu'on multiplie leur somme 17 par 2, qui est la moitié de 4, costé de 16, on aura 34 pour le nombre requis.

Que si le quarré magique est impair, on multipliera la moitié de la somme des deux nombres extrêmes par le costé du quarré. Ainsi quand on aura rempli le quarré qui a 25 cellules, si le moindre des nombres est 1, & le plus grand 25, chaque ligne contiendra 65; qui se trouve adjoustant les termes extrêmes 25 & 1; & prenant la moitié de 26, qui est leur somme, & on aura 13, qui estant multiplié par 5, costé du quarré 25, donnera 65.

Si les nombres dont on se sert pour remplir les cellules ne commençoient pas par l'unité, ou qu'ils eussent autre difference entr'eux que l'unité, on ne laisseroit pas de se servir des regles cy-dessus pour trouver la somme des nombres de chaque ligne. Exemple: Que les nombres dont on veut remplir les cellules du quarré de 4, qui est 16, soient 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33. J'assemble les extrêmes 3, & 33, pour avoir 36. qui multiplié par 2.

OOOoo ij


426 DES QUARREZ MAGIQUES.

Cela fait, on remplira les places vuides avec les nombres des cellules qui sont hors du quarré *a b c d*, en prenant tout ce qui est dehors, sçavoir *e*, *g*, *α*, *h*, *f*, dans lesquelles cellules sont les nombres 5, 13, 21, 6, 14, 7; & les plaçant, ainsi disposez & tournez comme ils sont, sur le costé opposé *c d*, sçavoir les trois cellules de la ligne *e f*, où sont les nombres 5, 13, 21, sur les trois cellules vuides du costé *c d*, marquées *l*, *m*, *n*.

400	9	16	13	18	2	7	4	10	6	395	391	397	394	399	383	388	385	12	381
161	232	225	228	223	239	234	237	231	235	166	170	164	167	162	178	173	176	229	180
301	92	219	83	57	379	323	45	371	95	315	357	199	23	125	74	311	248	312	81
241	152	263	214	157	268	145	271	159	155	255	34	131	68	317	259	343	185	252	141
341	52	368	88	205	337	91	334	54	55	355	79	303	245	354	191	28	137	352	41
21	372	59	274	97	211	325	148	363	375	35	251	348	197	39	123	65	314	32	361
121	272	143	328	331	85	217	94	279	275	135	183	25	134	71	308	257	359	132	261
61	332	374	151	265	154	277	208	48	335	75	128	77	319	243	345	194	31	72	321
181	212	51	339	365	43	99	377	203	215	195	305	254	351	188	37	139	63	192	201
101	292	285	288	283	299	294	297	291	295	115	111	117	114	119	103	108	105	112	281
300	109	296	293	298	282	287	284	290	286	106	110	104	107	102	118	113	116	289	120
220	189	202	98	44	362	338	56	370	206	186	182	318	344	22	78	356	30	209	200
340	69	278	204	270	336	87	153	142	326	66	138	316	244	130	184	76	242	329	80
280	129	373	327	93	144	210	276	47	266	126	33	73	253	67	247	310	347	269	140
380	29	42	150	216	267	333	84	378	366	26	342	187	124	190	256	193	38	369	40
60	349	158	273	324	90	156	207	262	46	346	258	70	133	313	127	307	122	49	360
160	249	367	96	147	213	264	330	53	146	246	27	304	196	250	136	64	353	149	260
100	309	50	322	376	58	82	364	218	86	306	350	62	36	358	302	24	198	89	320
221	172	236	233	238	222	227	224	230	226	175	171	177	174	179	163	168	165	169	240
20	389	5	8	3	19	14	17	11	15	386	390	384	387	382	398	393	396	392	1

Confrontiamo la Matematica cinese e la Matematica occidentale

- In conclusione: sarebbe significativo paragonare la Matematica cinese alla Matematica occidentale?
- Se ad un accostamento di tali tradizioni fossero attribuiti intenti di confronto e di valutazione, esso dovrebbe essere esclusivamente basato su criteri comuni ad entrambe le impostazioni culturali.
- **Dal punto di vista di una “valutazione assoluta”, la Matematica cinese e la Matematica occidentale sarebbero “incommensurabili”.**
- Tenendo conto del contesto socio-culturale in cui la Matematica cinese si è sviluppata, possiamo ottenere **risultati interessanti.**

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni

Prima conclusione. La considerazione del contesto permette l’accostamento corretto e utile al dato storico

Seconda conclusione. La matematica cinese e quella occidentale sono “incommensurabili”

- **Terzo esempio.** Dalle dita ai bastoncini: le “bacchette da calcolo”
- **Quarto esempio.** L’algebra cinese: i sistemi di equazioni
- Verso una **conclusione** “aperta”

Dalle dita ai bastoncini (*bacchette da calcolo*)

- Come indicare i numeri usando **bastoncini**? Possiamo riferirci alle dita della mano: un dito, due dita…

  𝍠 𝍡 𝍢 𝍣 𝍤

- A 5 unità (corrispondenti a 5 dita) qualcosa cambia: dobbiamo ricorrere all'altra mano, **ma indicare che abbiamo già considerato una mano completa**.

  𝍥 𝍦 𝍧 𝍨

- **Prima di raggiungere il 10 dobbiamo** prepararci ad una situazione importante: per evitare di restare bloccati (avendo esaurito le dita delle mani, come aggiungeremo altre unità?) introdurremo le **decine**.

I numeri in Cina
Disposizioni di bacchette *Tsung* e *Heng*

- Le **decine** si possono indicare mediante le stesse disposizioni di bacchette usate per le unità, **spostate più a sinistra**. Tuttavia per evitare malintesi, i Cinesi utilizzavano per le decine delle disposizioni (*Heng*) leggermente diverse da quelle per le unità (*Tsung*):

  𝍩 𝍪 𝍫 𝍬 𝍭 𝍮 𝍯 𝍰 𝍱

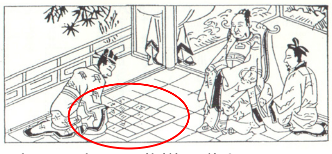
- Per le centinaia le disposizioni usate erano *Tsung*, per le migliaia *Heng* etc.
- Riassumendo:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tsung	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
Heng	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Le bacchette da calcolo
Uno strumento molto antico

- Fino al XII sec. lo **zero** era indicato da uno spazio vuoto: **proprio questa assenza ha reso opportuno l'uso di due gruppi di simboli** (*Tsung* e *Heng*).
- Le **bacchette** (*suan*) sono un artefatto diffusissimo dalla dinastia Qin (221-206 a.C., ma sono più antiche). La forma descritta è ripresa da Sun Tzu (280 d.C.):
- ***"Le unità sono verticali, le decine orizzontali, le centinaia erette, le migliaia distese, così le migliaia e le decine sembrano la stessa cosa le decine di migliaia e le centinaia si assomigliano".***
- Dal 200 a.C. i Cinesi indicano anche **numeri negativi** (distinguendo il colore delle bacchette: rosse e nere).

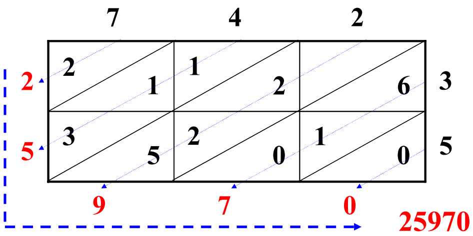
Venti secoli di calcoli



- Le bacchette erano un ausilio per il calcolo: esse davano la possibilità di **formare praticamente i "numerali-bacchette"** su di una superficie piana (tavola da calcolo aritmetica, quadrettata, in cui le operazioni erano eseguite sfruttando le caratteristiche della notazione posizionale) e di cancellare facilmente i numeri che non servivano più.
- L'uso delle bacchette tramonta nella tarda epoca Ming (1368-1644) quando furono soppiantate dall'**abaco**.
- Introduciamo intanto un primo (celebre) esempio…

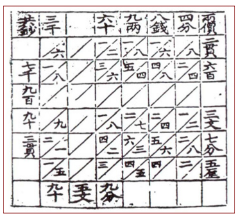
Moltiplicazioni e tabelle
Un esempio dal *Jiuzhang Suan Fa*

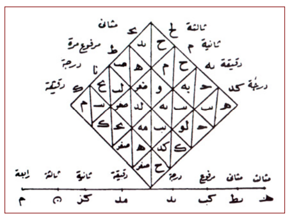
- Come tecnica pratica, la **moltiplicazione per graticola** ("gelosia") si trova in India, presso gli Arabi e in Cina.
- Eseguiamo la moltiplicazione: **742 × 35 = 25970**



Attenzione: l'esempio è divertente… ma il *Jiuzhang Suan Fa* è del XV sec.!

- Spesso le cifre erano "scritte", talvolta **era indicato lo zero** (*ling*, dal 1247): le bacchette erano meno usate.
- Ecco uno schema dal *Jiuzhang Suan Fa* (1450) ed uno (1427) di Al-Kashi, uno degli ultimi matematici arabi.





Moltiplicazioni e tabelle
Il primo esempio ci porta a riflettere

Suang Fa Thung Tsung, 1593

- La tecnica illustrata fornisce un esempio di **uso di uno strumento**: **le bacchette da calcolo.**
- Tale uso, nel caso visto, richiede la conoscenza di **regole e di modalità: la moltiplicazione per graticola (o "gelosia").**
- Questo rapporto tra lo strumento e le "istruzioni per l'uso" è importante.

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni

Prima conclusione. La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico

Seconda conclusione. La matematica cinese e quella occidentale sono "incommensurabili"

Terza conclusione. I "bastoncini da calcolo" sottolineano il ruolo della manualità

- **Quarto esempio.** L'algebra cinese: i sistemi di equazioni
- Verso una **conclusione** "aperta"

Che cos'è l'*algebra*?
Algebra cinese e "carattere posizionale"

- La disciplina che consente la risoluzione di **equazioni espresse mediante simboli specifici** risale al XVI sec. (a partire da Viète c'è la possibilità di parametrizzare, dunque di considerare non più un singolo problema ma una classe di problemi).
- Ma una disciplina espressa meno tecnicamente (algebra **sincopata**) può risalire al III secolo.
- L'espressione di problemi in forma **geometrica** risale al III sec. a.C. (algebra **geometrica**).
- E i problemi che noi oggi risolviamo algebricamente sono presenti a partire dal **II millennio a.C.**

Che cos'è l'*algebra*?
Algebra cinese e "carattere posizionale"

- In **Cina** l'algebra è presente dal II sec. a.C. in forma retorica o sincopata (ideogrammi monosillabici per quantità e operazioni) con un importante **"carattere posizionale"** (Needham 1959, p. 112), come abbiamo visto per le (tarde) tecniche moltiplicative.
- La **tavola da calcolo algebrica** cinese era impostata in modo che **determinate posizioni fossero occupate sempre da particolari tipi di grandezze** (incognite, potenze etc.)
- e tale convenzione può considerarsi un importante **artefatto secondario**.

Che cos'è l'*algebra*?
Algebra cinese e "carattere posizionale"

- Il carattere posizionale dell'algebra cinese ha avuto conseguenze diverse:
- ha posto l'accento sull'importanza dell'**impostazione matriciale** (ma il determinante fu sviluppato piuttosto tardi, nel 1683, dal giapponese Seki Kowa; ricordiamo che la prima formulazione occidentale risale a Leibniz, nel 1693);
- parallelamente, però, ha causato **l'inibizione dello sviluppo di un simbolismo algebrico** (ad esempio, mancano segni specifici per indicare l'uguaglianza o per le potenze).

Che cos'è l'*algebra*?
Algebra cinese e "carattere posizionale"

Nel presente studio esamineremo un esempio significativo di "calcolo mediante tabelle"

termine noto

coeff. x

coeff. x^2

E si noti l'uso di bacchette!

- Ad esempio, questa tabella (*sangi*) indica l'equazione: $\mathbf{851x^2-3450x+2691=0}$
(si osservino i diversi colori e l'assenza dello zero).

Calcolo mediante tabelle: *Chiu Chang*, "nove capitoli sulle arti matematiche"

- Consideriamo il **problema** seguente che riprende, con variazioni numeriche, un problema del capitolo VIII (***Fang Cheng***) del ***Chiu Chang*** (precedente al I sec.):
- Cinque covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 19 sheng. Tre covoni di grano di tipo A aggiunti a due covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 12 sheng. Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?
- **Oggi** indicheremmo rispettivamente con x e con y (in sheng) i rendimenti di un covone di tipo A e di un covone di tipo B ed imposteremmo un sistema…

Il problema del *Chiu Chang* porta ad un sistema lineare

- Consideriamo il sistema di equazioni lineari costituito da:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

- Riportiamo in una tabella i coefficienti e i termini noti.

5	3	19
3	2	12

- Operiamo ora per modificare la tabella sapendo che:

<u>Regole</u>: **(1)** si possono variare **in proporzione** tutti i termini delle righe e **(2)** a una riga si può sostituire la riga ottenuta **sommando** o **sottraendo i termini** corrispondenti di due righe.

Il problema del *Chiu Chang* porta ad un sistema lineare

Una possibilità è operare sulle righe per rendere uguali i primi elementi:

- moltiplichiamo la prima riga per 3,
- e la seconda per 5.

1	0	2
0	1	3

mcm = 15

- Ora alla seconda riga sottraiamo la prima,
- moltiplichiamo questa seconda riga per 9
- e alla prima riga sottraiamo la seconda.
- Infine si divide la prima riga per 15 e la seconda per 9.

Il problema del *Chiu Chang* porta ad un sistema lineare

- Eravamo partiti da un sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

- e siamo pervenuti alla sua soluzione:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

1	0	**2**
0	**1**	**3**
coeff. di *x*	**coeff. di *y***	**rendim. (sheng)**

***Carattere posizionale*: un artefatto secondario essenziale**

…ma riferito a *quale* artefatto primario?

Il procedimento precedente può essere riprodotto con le bacchette da calcolo

Il sistema è:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

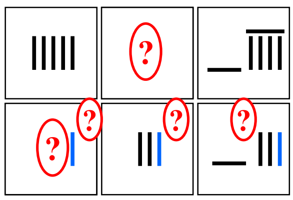
|		||
	|	|||

- Moltiplichiamo la prima riga per 3
- e la seconda per 5.
- Ora alla seconda riga sottraiamo la prima,
- moltiplichiamo questa seconda riga per 9
- e alla prima riga sottraiamo la seconda.
- Infine dividiamo la prima riga per 15 e dividiamo ancora la seconda riga per 9.

$$\begin{cases} x \quad = 2 \\ \quad y = 3 \end{cases}$$

Uso delle bacchette da calcolo e opportunità didattiche

- Molto importante è il ruolo dello **zero**:
- la "sparizione" di uno dei coefficienti rende **fisicamente** possibile **risolvere l'equazione**.



- Il significato di tale elemento è rilevante in quanto può **contribuire a "suggerire" la strategia risolutiva.**
- Possibili **errori**: "eliminazione" di bacchette; aggiunta delle stesse bacchette a tutte le caselle di una riga.

Sommario
Dalla Storia alla Matematica

- **Questioni teoriche**: matematica e storia: una presenza e molte questioni

Prima conclusione. La considerazione del contesto permette l'accostamento corretto e utile al dato storico

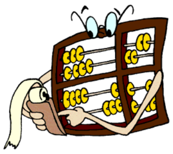
Seconda conclusione. Anche la storiografia risente dell'influenza del contesto socio-culturale

Terza conclusione. I "bastoncini da calcolo" sottolineano il ruolo della manualità

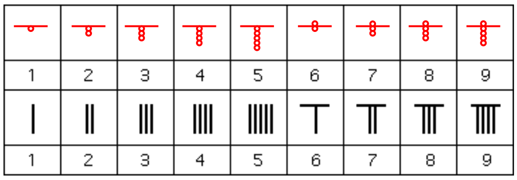
Quarta conclusione. L'algebra cinese ha raggiunto risultati assai importanti e innovativi

- Verso una **conclusione** "aperta"

Le bacchette da calcolo: una storia a… lieto fine



- L'**abaco cinese** (*suanpan*) può essere considerato l'evoluzione delle bacchette da calcolo (Martzloff, 1987).
- La prima illustrazione dell'abaco risale al 1436, ma Needham suggerisce che potrebbe risalire al VI sec.



Matematica, dunque, "multiculturale"

- L'inserimento dei contributi dalla storia delle varie culture deve scongiurare rischi per molti versi opposti:
- da un lato, l'inglobamento di una comunità culturale in un'altra, o nella cosiddetta comunità internazionale, con le conseguenti **perdite di originalità** che possono portare addirittura a fenomeni di sterilizzazione;
- d'altro canto deve essere evitato che la proclamazione delle diversità sia causa di **isolamento culturale**.
- Il confronto dialettico tra gruppi di ricercatori e di studenti appartenenti a tradizioni diverse può invece portare al **reciproco sostanziale arricchimento**, allo stimolo di una visione generale più ampia ed articolata che risulta certamente più feconda.

Verso una conclusione "aperta"

- La crescente attenzione da parte della comunità scientifica non esaurisce il problema: la creazione di un ambiente culturale in cui i contributi (**"storici", ma non solo!**) delle varie tradizioni siano visti come veri arricchimenti resta un processo difficoltoso, anche dal punto di vista sociale ed economico.
- Riteniamo che un **corretto approccio culturale**, un approccio ad esempio che tragga origine dal mondo della scuola e che nel mondo della scuola possa radicarsi, costituisca una premessa importante per la nascita di una mentalità tesa a valorizzare **"la diversità, piuttosto che l'universalità"** (L. Grugnetti, L. Rogers, 2000).

- **«Persone con un sistema concettuale diverso dal nostro possono comprendere il mondo in maniera molto diversa dalla nostra. Quindi possono avere un insieme di verità diverso da quello che abbiamo noi»** (R. Lakoff, M. Johnson, 1998, p. 221).
- **«La verità è relativa alla comprensione, che significa che non vi è alcun punto di vista da cui ottenere verità assolute e oggettive sul mondo. Ciò non significa che non vi siano verità; significa che la verità è relativa al nostro sistema concettuale, fondato sulle nostre esperienze»** (p. 236).
- **«Quando le persone che si parlano non hanno in comune la stessa cultura, conoscenza, valori e assunzioni, la comprensione reciproca *è* possibile attraverso la negoziazione del significato»** (p. 283).

A tutti Voi grazie dell'attenzione

Ho citato:

Bartolini Bussi (2002) The Theoretical Dimension of Mathematics: a Challenge for Didacticians, *24 Canad. Math. Ed. St. Group*
B.B. (2003) Instruments for semiotic mediation in primary school classrooms, *For the Learning of Mathematics*
Egenstroem (1990) When is a tool? Multiple meanings of artefacts in human activity, in *Learning, Working and Imagining*, Helsinki
Lakoff, Núñez (2000) *Where mathematics comes from*, Basic Books
Martzloff (1987) *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson
Needham (1959) *Science and civilisation in China*, Cambridge University Press
Steinbring (2002) What makes a sign a mathematical sign?, *PME-26*
Vygotskij (1974) *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori*, Giunti
V. (1987) *Il processo cognitivo*, Boringhieri
Wartofsky (1979) Perception, representation and the forms of action, *Models*, Reidel