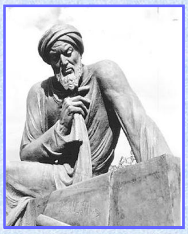
Progetto Lauree Scientifiche
Treviso, dicembre 2008

Numeri e algoritmi
nella storia della matematica



Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine
bagni@dimi.uniud.it
www.syllogismos.it

Premessa

- "Gli algoritmi sono esistiti dall'inizio dei tempi, ben prima che una specifica parola sia stata coniata per individuarli. Gli algoritmi sono semplicemente un insieme di istruzioni, da seguire passo per passo meccanicamente per ottenere alcuni risultati desiderati" (Chabert, 1998, p. 1).
- Altre questioni, talvolta più o meno esplicitamente considerate vicine alla definizione: ad esempio, quanti passi? Un numero **finito** di passi?
- Elemento essenziale (anche dal punto di vista teorico): **con gli algoritmi si pone l'accento sul "fare".**

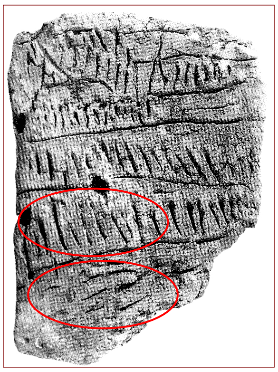
Sommario

- **Alle radici storiche**: le tavolette cretesi
- **Rappresentare i numeri**: diverse moltiplicazioni
- **Sistemi di equazioni**: un'esperienza cinese
- **Cataldi (e Fibonacci)**: le frazioni continue
- **Riflessioni conclusive**: i contesti socio-culturali

Numeri (e algoritmi) con carta e matita

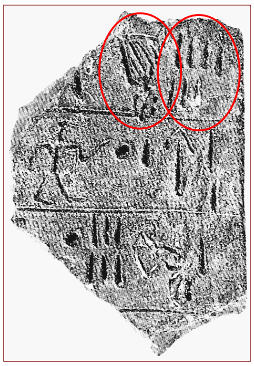
- Lo sviluppo del **pensiero** e del **linguaggio** (pur non coincidendo) si influenzano (Vygotskij, 1934). E la registrazione del pensiero espresso dal linguaggio richiede la scrittura. Ha dunque senso domandarsi **quale attività matematica si associa alla nascita della scrittura**.
- In Asia anteriore e in Egitto la scrittura compare nel IV millennio a.C.; i sigilli di Arkhanès (Creta) risalgono alla fine del III millennio a.C. (ma i processi sono analoghi).
- Faremo riferimento ai complessi sorti a Creta con funzioni **economiche, politiche e cultuali** denominati **palazzi** (Godart, 2001).

La tavoletta PH-11 di Festo



- **1700 a.C.**
- Proviene dal vano XXV del palazzo di Festo: l'argilla è stata cotta dall'incendio che ha distrutto il palazzo.
- Compaiono **sbarrette** verticali e sbarrette orizzontali:
- **le verticali rappresentano unità,**
- **le orizzontali decine.**

La tavoletta PH-8 di Festo



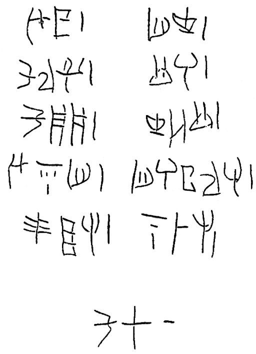
- Compaiono sbarrette abbinate a **ideogrammi** (o "logogrammi").
- Un numero (ad esempio 7) non basta per effettuare una chiara registrazione: nella prima riga sono registrati **panieri**.
- In altre tavolette (**PH-7**) la registrazione è corredata da **annotazioni in scrittura lineare A.**

La tavoletta **HT-117** di Haghia Triada

- **1450 a.C.**
- Interpretiamo i segni seguendo L. Godart:
- il gruppo 81-02 è attestato quasi quaranta volte a Haghia Triada, a Zakro e a Festo: significa **“totale”**;
- consideriamo i simboli tra l’interpunzione e il “totale” e interpretiamoli.
- Possiamo riordinarli…

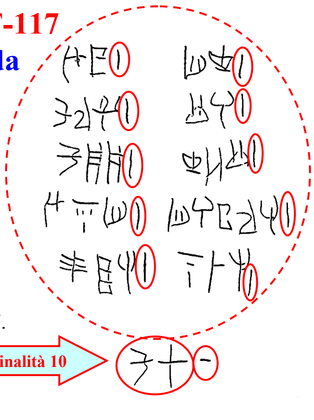
La tavoletta **HT-117** di Haghia Triada

- Ci sono dieci tipi di “oggetti” diversi, un oggetto per tipo e un totale (10).
- Ci troviamo di fronte a un’antica addizione?
- Qualcosa non torna: **manca l’omogeneità** degli addendi!
- L’interpretazione non è così semplice…



La tavoletta **HT-117** di Haghia Triada

- I segni per indicare l’unità esprimono la presenza di “un” elemento.
- La considerazione della globalità è evidenziata dalla presenza del termine che significa “totale”.



Ruolo dei numerali in HT-117

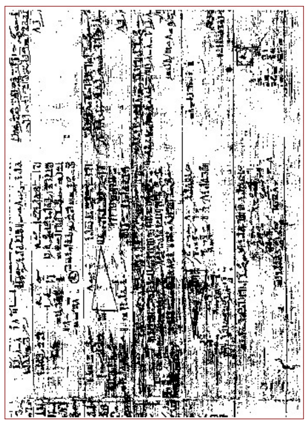
- La rappresentazione è preceduta da una descrizione introduttiva (scandita da due interpunzioni).
- I numerali in HT-117 hanno **ruoli differenti**:
  quelli unitari esprimono il coinvolgimento di un (singolo) elemento nell’insieme da considerare;
  l’ultimo (10), preceduto dal termine “totale”, esprime la cardinalità dell’insieme.
- Nelle tavolette PH-11 e PH-8 la valutazione quantitativa è ben più elementare.
- **La nascita della scrittura come attività di simbolizzazione è quindi strettamente collegata all’attività matematica.**

Sommario

- **Alle radici storiche**: le tavolette cretesi
- **Rappresentare i numeri**: diverse moltiplicazioni
- **Sistemi di equazioni**: un’esperienza cinese
- **Cataldi (e Fibonacci)**: le frazioni continue
- **Riflessioni conclusive**: i contesti socio-culturali

“Regola per ottenere la conoscenza di *tutte le cose oscure…*”

- Un particolare del **papiro Rhind** (1650 a.C., forse 2000 a.C.), uno dei principali documenti della matematica **egizia**.



Una moltiplicazione effettuata… “sommando”: il metodo del raddoppio

- Eseguiamo 13×18 (utilizzando la notazione numerica moderna):

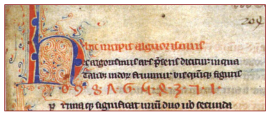
⇨	1	18	⇦
	2	36	
⇨	4	72	⇦
⇨	8	144	⇦

(basta così: 8×2 = 16 > 13)

- **(8+4+1)** **13** **234** **(144+72+18)**
- Gli Egizi moltiplicavano numeri anche molto grandi **utilizzando sempre l’addizione**.

Una moltiplicazione effettuata… “sommando”: il metodo del raddoppio

- Quale contenuto matematico possiamo rilevare alla base del metodo del raddoppio?
- 13×18 = ($\mathbf{1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3}$) ×18 =
  = 1×18 + 4×18 + 8×18 = 18+72+144 = 234
- Significativa è la considerazione di 13 “in base 2” – corrisponde a: $(1101)_2$
- Abbiamo utilizzato, per chiarezza, la notazione indo-araba, **posizionale**.



- Ma va ricordato che la notazione numerica usata in Egitto era **additiva**!

Moltiplicazione e notazione numerica presso gli Egizi

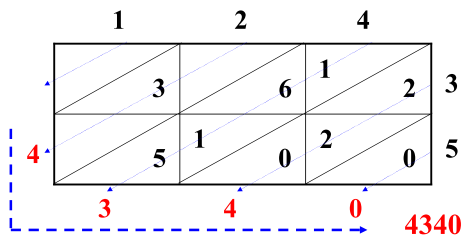
- Eseguiamo 13×18 (utilizzando la **notazione numerica originale egizia**):

⇨	|	||||||||∩	⇦
	||	||||||∩∩∩	
⇨	||||	||∩∩∩∩∩∩∩	⇦
⇨	||||||||	||||∩∩∩∩ρ	⇦

- |||∩ |||||∩∩∩ρρ
- I numeri sono scritti in notazione **additiva** iniziando dalle unità (|); poi le decine (∩) e le centinaia (ρ).

Moltiplicazioni e tabelle
La “graticola” (o “gelosia”)

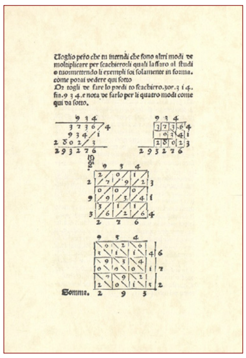
- Come tecnica pratica, la **moltiplicazione per graticola** (“gelosia”) si trova in India, presso gli Arabi e in Cina.
- Eseguiamo la moltiplicazione: **124 × 35** = **4340**

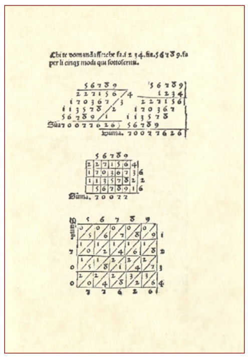


Moltiplicazioni e tabelle
La “graticola” (o “gelosia”)

- Esaminiamo il nostro calcolo più da vicino:
  124 × 35 = (100+20+4) × (30+5) =
  = 100×30 + 20×30 + 4×30 + 100×5 + 20×5 + 4×5 =
- = $1\times3\times\mathbf{10^{2+1}} + 2\times3\times\mathbf{10^{1+1}} + 4\times3\times\mathbf{10^{0+1}} + 1\times5\times\mathbf{10^{2+0}} + 2\times5\times\mathbf{10^{1+0}} + 4\times5\times\mathbf{10^{0+0}}$ =
  = 3000 + 600 + 120 + 500 + 100 + 20 = **4340**
- **La tabella “incolonna” correttamente i prodotti ottenuti (riconducendo così tutto il calcolo ad operazioni sulla “tavola pitagorica”).**
- E se non avessimo utilizzato una notazione numerica posizionale?

Scienza e società nel Medioevo (1478)





Sommario

- **Alle radici storiche**: le tavolette cretesi
- **Rappresentare i numeri**: diverse moltiplicazioni
- **Sistemi di equazioni**: un'esperienza cinese
- **Cataldi (e Fibonacci)**: le frazioni continue
- **Riflessioni conclusive**: i contesti socio-culturali

A volte non si usa solo la matita… Dalle dita alle bacchette da calcolo

- Come indicare i numeri usando **bastoncini**? Possiamo riferirci alle dita della mano: un dito, due dita…

  𝍠 𝍡 𝍢 𝍣 𝍤

- A 5 unità (corrispondenti a 5 dita) qualcosa cambia: dobbiamo ricorrere all'altra mano, **ma indicare che abbiamo già considerato una mano completa**.

  𝍥 𝍦 𝍧 𝍨

- **Prima di raggiungere il 10 dobbiamo** prepararci ad una situazione importante: per evitare di restare bloccati (avendo esaurito le dita delle mani, come aggiungeremo altre unità?) introdurremo le **decine**.

I numeri in Cina
Disposizioni di bacchette *Tsung* e *Heng*

- Per le **decine** potremmo usare analoghe disposizioni, **spostate a sinistra**. Per evitare malintesi (fino al XII sec. lo **zero** era indicato da uno spazio vuoto), i Cinesi utilizzavano per le decine le disposizioni *Heng*, leggermente diverse da quelle *Tsung* per le unità:

  𝍩 𝍪 𝍫 𝍬 𝍭 𝍮 𝍯 𝍰 𝍱

- Per le centinaia le disposizioni usate erano *Tsung*, per le migliaia *Heng* etc.
- Riassumendo:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tsung	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
Heng	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Algebra cinese
e "carattere posizionale"

termine noto

coeff. x

coeff. x^2

E si noti l'uso di bacchette!

- Ad esempio, questa tabella (*sangi*) indica l'equazione:
  $\mathbf{851x^2 - 3450x + 2691 = 0}$
  (si osservino i diversi colori e l'assenza dello zero).

Calcolo mediante tabelle: *Chiu Chang*, "nove capitoli sulle arti matematiche"

- Consideriamo il **problema** seguente che riprende, con variazioni numeriche, un problema del capitolo VIII (***Fang Cheng***) del ***Chiu Chang*** (precedente al I sec.):
- Cinque covoni di grano di tipo A aggiunti a tre covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 19 sheng. Tre covoni di grano di tipo A aggiunti a due covoni di grano di tipo B hanno il rendimento di 12 sheng. Quali rendimenti hanno un covone di grano di tipo A e un covone di grano di tipo B?
- **Oggi** indicheremmo rispettivamente con x e con y (in sheng) i rendimenti di un covone di tipo A e di un covone di tipo B ed imposteremmo un sistema…

Il problema del *Chiu Chang* porta ad un sistema lineare

- Consideriamo il sistema di equazioni lineari costituito da:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

- Riportiamo in una tabella i coefficienti e i termini noti.

5	3	19
3	2	12

- Operiamo ora per modificare la tabella sapendo che:

Regole: (1) si possono variare **in proporzione** tutti i termini delle righe e **(2)** a una riga si può sostituire la riga ottenuta **sommando** o **sottraendo i termini** corrispondenti di due righe.

Attenzione: si tratta di un algoritmo vero e proprio?
Non è stabilito chiaramente un modo di operare…

Una possibilità è operare sulle righe per rendere uguali i primi elementi:

1	0	2
0	1	3

mcm = 15

- moltiplichiamo la prima riga per 3,
- e la seconda per 5.
- Ora alla seconda riga sottraiamo la prima,
- moltiplichiamo questa seconda riga per 9
- e alla prima riga sottraiamo la seconda.
- Infine si divide la prima riga per 15 e la seconda per 9.

Il problema del *Chiu Chang* porta ad un sistema lineare

- Eravamo partiti da un sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

- e siamo pervenuti alla sua soluzione:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

coeff. di *x*	coeff. di *y*	rendim. (sheng)
1	0	2
0	1	3

***Carattere posizionale*: un artefatto secondario essenziale**

…ma riferito a *quale* artefatto primario?

Dal punto di vista didattico la manipolazione
Delle bacchette offre opportunità interessanti…

Il sistema è:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

I		II
	I	III

- Moltiplichiamo la prima riga per 3
- e la seconda per 5.
- Ora alla seconda riga sottraiamo la prima,
- moltiplichiamo questa seconda riga per 9
- e alla prima riga sottraiamo la seconda.
- Infine dividiamo la prima riga per 15 e dividiamo ancora la seconda riga per 9.

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Sommario

- **Alle radici storiche**: le tavolette cretesi
- **Rappresentare i numeri**: diverse moltiplicazioni
- **Sistemi di equazioni**: un'esperienza cinese
- **Cataldi (e Fibonacci)**: le frazioni continue
- **Riflessioni conclusive**: i contesti socio-culturali

Verso la conclusione: quattro personaggi per una galoppata nella storia (e nella geografia)

- Il mio nome è Leonardo e sono nato a Pisa (verso la fine del XII secolo); mi chiamano **Fibonacci**.
- Immagina di possedere una coppia di coniglietti.
- **Dopo un mese** di vita essa diviene feconda e, da quel momento in poi, genera **una nuova coppia di coniglietti al mese**.

I coniglietti di Fibonacci

- All'inizio abbiamo solo una coppia, A, non feconda;
- dopo **un mese**, abbiamo ancora la sola coppia A, che è divenuta feconda;
- dopo **due** mesi, A (che resta) ha generato una nuova coppia B, inizialmente non feconda;
- dopo **tre** mesi, A ha generato C, inizialmente non feconda, e B è diventata feconda…

I coniglietti di Fibonacci

- Se contiamo, mese dopo mese, il numero delle coppie di coniglietti, troveremo la **successione di Fibonacci**; fu il matematico francese Edouard Lucas (1842-1891) che propose tale denominazione:

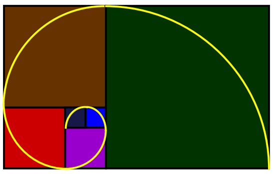
  1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; …
- I calcoli diventano sempre più fastidiosi; come potremmo scrivere una "regola" che ci aiuti a calcolare con facilità i termini di tale successione?
- Insomma: **quante saranno le coppie di coniglietti ad un mese considerato?**

I coniglietti di Fibonacci

- Ci saranno, ovviamente, **tutte le coppie del mese precedente** (i coniglietti sono immortali!).
- Ci saranno poi le coppie "neonate": quante? Una per ogni coppia feconda (nel mese precedente al mese considerato). Ma le coppie di coniglietti diventano feconde dopo un mese di "attesa". Quindi il numero di coppie in età feconda al momento considerato è il numero delle **coppie presenti due mesi prima**.
- Quindi: **il numero a_n di coppie al mese n-esimo è la somma del numero delle coppie presenti nei due mesi precedenti.**
- $a_0 = 1$; $a_1 = 1$; $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ $n \in N$

I coniglietti di Fibonacci

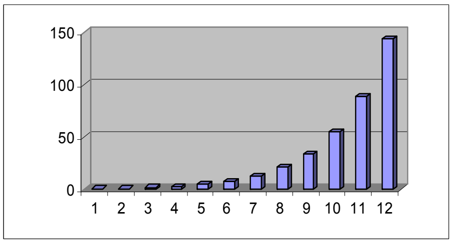
- La successione di numeri: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …** si ritrova in molte applicazioni.
- Ad esempio consente di tassellare un piano con una sequenza di quadrati due soli dei quali con lati uguali:



- una sequenza strettamente imparentata con la **spirale**!

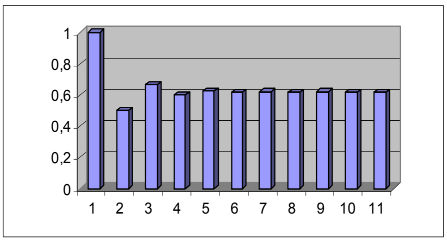
I coniglietti di Fibonacci

- Possiamo anche rappresentare in un grafico l'andamento della nostra "popolazione" per i primi mesi (consideriamo, ad esempio, il primo anno):



I coniglietti di Fibonacci

- Se esaminiamo il rapporto tra il numero di coppie al mese n-esimo e al mese (n+1)-esimo, troviamo che al crescere di n tale rapporto **tende a "stabilizzarsi"** intorno ad un valore di poco superiore a 0,6:



I coniglietti di Fibonacci

- Questo comportamento è interessante; per poterlo studiare meglio, però, sarebbe opportuno scrivere una "regola" (simile a quella ricavata poco fa) che ci consenta di calcolare facilmente **i rapporti tra due termini consecutivi della successione di Fibonacci**.
- Il rapporto iniziale, R_0, è evidentemente 1 (i primi due elementi della successione sono infatti uguali!).
- Per quanto riguarda i rapporti successivi, proveremo a calcolare il rapporto R_{n+1} tra il numero di coppie al mese (n+1)-esimo ed al mese (n+2)-esimo.

I coniglietti di Fibonacci

$$R_{n+1} = \frac{a_{n+1}}{a_{n+2}} = \frac{a_{n+1}}{a_{n+1}+a_n} = = \frac{1}{1+\frac{a_n}{a_{n+1}}} = \frac{1}{1+R_n}$$

e dunque la "regola" è la seguente:

$$\begin{cases} R_0 = 1 \\ R_{n+1} = \frac{1}{1+R_n} \end{cases} \qquad n \in \mathbf{N}$$

I coniglietti di Fibonacci

Calcoliamo alcuni valori:

$R_0 = 1$ $\qquad$ $R_1 = \frac{1}{1+1}$

$R_2 = \frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}$ $\qquad$ $R_3 = \boxed{\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+1}}}}$

Considereremo ancora espressioni come questa

Ed ora un Bolognese, nel Cinquecento

- Il mio nome è **Rafael Bombelli**, sono nato nel 1526 vicino a Bologna.
- Nel mio libro *L'Algebra*, del 1572, ho calcolato una radice quadrata con un procedimento nuovo, studiato anche da **Pietro Antonio Cataldi**...
- che qualcuno chiamerà **"frazione continua"!**

Le frazioni continue secondo Bombelli

Ebbene, per trovare $\sqrt{n}$, ti suggerisco di porre: $n = q^2+r$ (con q intero e q^2 il massimo quadrato non maggiore di n) e di assumere per $\sqrt{n}$:

$$\sqrt{n} = \boxed{q + \frac{r}{2q+\frac{r}{2q+\frac{r}{2q+\ldots}}}}$$

Si tratta di una frazione che, nel proprio denominatore, "contiene" un'altra frazione e così via: continuamente! Ma quanti denominatori dovrai considerare per trovare la radice quadrata cercata? **Più avanti riuscirai a spingerti con il calcolo, più il valore che otterrai sarà accurato**.

Le frazioni continue nel Cinquecento

- Applichiamo la regola di Bombelli-Cataldi. Calcoliamo la radice quadrata di 19:
- $19 = 4^2+3$ quindi: $q = 4$ e $r = 3$
- Possiamo dunque scrivere: $\sqrt{19} = 4 + \frac{3}{8+\frac{3}{8+\frac{3}{8+\ldots}}}$
- *Nota bene: "fermandosi" presto:*

$$\sqrt{19} = 4 + \frac{3}{8+\frac{3}{8}} = \boxed{4{,}358}2\ldots$$

non male!

mentre sarebbe $\sqrt{19} = \boxed{4{,}358}8\ldots$

Un terzo personaggio: ritroviamo un Arabo di milletrecento anni fa…

- Sono **Muhammed ibn-Musa al-Kuwarizmi**, quel matematico (e astronomo) di origine persiana…
- Mi occupo di quella che chiamerete Algebra: proprio dal titolo del mio ***Al-jabr* wal mukabalah** deriva la parola "Algebra".
- Ad esempio: $x^2+x = 1$ porta a $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Le equazioni di secondo grado

Per risolvere la nostra equazione potremmo essere tentati da un metodo che si usa per le equazioni di primo grado:

$$x(x+1) = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{1+x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}$$

ma continuando a sostituire $\frac{1}{1+x}$ per x **il procedimento non avrebbe fine!** Avremmo:

$$\boxed{x = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}}}}$$

cioè una **frazione continua**.

Le equazioni di secondo grado … e le frazioni continue

Non è molto comodo disporre di una soluzione in questa forma; per quanto abbiamo potuto constatare, comunque:

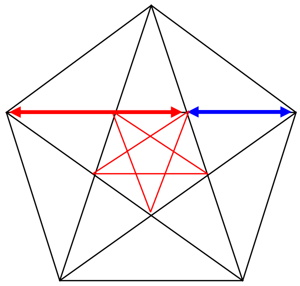
$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}}}$$ **è un altro modo di scrivere** $$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Utilizzeremo presto questa osservazione!

Infine uno scultore greco, ventiquattro secoli fa

- Mi chiamo **Fidia**, scultore ateniese: ho dedicato la vita alla bellezza, alla ricerca della perfezione formale.
- Tra le figure geometriche esiste un rettangolo così “armonico” nelle sue parti da essere detto **aureo**; il rapporto tra le misure dei suoi due lati diversi è un numero, detto appunto **rapporto aureo**.
- Ogni rettangolo che appare nelle costruzioni greche che vengono considerate “belle” è costruito in base a questo numero; spesso tale rapporto è applicato nelle mie sculture (tant’è vero che il “numero aureo” è indicato con $1/\phi$, dove ϕ è l’iniziale del mio nome!).

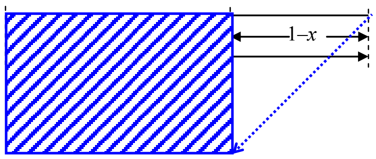
Rapporto aureo



La considerazione di $1/\phi$ è antica: già i seguaci di Pitagora sapevano che **le diagonali di un pentagono regolare si tagliano in parti che stanno tra di loro nel rapporto aureo**; ed il pentagono stellato era importante per i Pitagorici.

Leonardo e la matematica La “divina proporzione”

Sia $1/\phi = x$ e consideriamo un segmento di lunghezza unitaria:



La parte aurea x è media proporz. tra il segmento e la parte rimanente (lunga $1-x$):

$$\mathbf{1 : x = x : (1-x)}$$

Un’equazione di secondo grado…

Fidia e il numero aureo… per tornare a Fibonacci!

Ma sappiamo grazie a Mohammed Ibn Musa Al Khuwarizmi che il numero che risolve questa equazione è:

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$ che si può scrivere anche: $$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}}}$$

E dunque io, Fidia, padre delle più alte meraviglie dell’Arte, ti invito ora a contemplare alcune sorprendenti meraviglie della Matematica: con la stessa scrittura possiamo indicare **il numero aureo $1/\phi$ e il numero al quale tendono i rapporti tra termini consecutivi della successione di Fibonacci!**

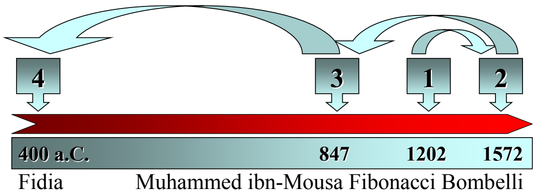
Davvero la matematica è uno scrigno ricco di sorprese!

- Una **popolazione di coniglietti** studiata a Pisa nel Duecento può aumentare…
- strizzando idealmente l'occhio alle **perfette proporzioni di un tempio greco.**
- Tutto ciò grazie alle riflessioni algebriche di un saggio matematico **persiano**…
- e ad un **procedimento per il calcolo delle radici quadrate** di un matematico bolognese del Rinascimento!

Sommario

- **Alle radici storiche**: le tavolette cretesi
- **Rappresentare i numeri**: diverse moltiplicazioni
- **Sistemi di equazioni**: un'esperienza cinese
- **Cataldi (e Fibonacci)**: le frazioni continue
- **Riflessioni conclusive**: i contesti socio-culturali

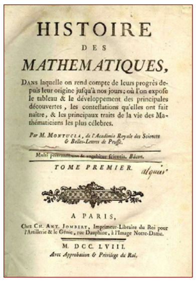
Una storia… "a salti"



- L'accostamento di Fibonacci, Muhammed ibn-Musa, Bombelli e Fidia ci ha dato l'occasione per una **divertente galoppata** in quasi venti secoli di matematica.
- **Ma…**

Algoritmi e contesti socio-culturali

- Gli algoritmi, nella storia della nostra disciplina, sono espressioni della matematica effettivamente **"usata"** dai vari popoli, nelle diverse tradizioni culturali.
- La loro nascita è sempre collegata alle **esigenze di persone reali** (in un **momento storico**, in un ben preciso **contesto sociale e culturale**) e devono essere interpretati, oggi, con riferimento a quel contesto (pur considerando le osservazioni di H.G. Gadamer).


HISTOIRE
DES
MATHEMATIQUES,
TOME PREMIER.
A PARIS,
M DCC LVIII.

Algoritmi e contesti socio-culturali

- Accostare la successione di Fibonacci al numero aureo attraverso le frazioni continue **ha senso per noi, oggi**: il collegamento è brillante e consente di giustificare una proprietà (che noi riteniamo) interessante.
- **Ma non avrebbe avuto alcun senso per Fidia.**
- Se è vero che tutta la matematica (e più in generale ogni espressione della cultura umana) va considerata relativamente al periodo storico in cui si è sviluppata, ciò vale a più forte ragione per gli **algoritmi.**
- **Gli algoritmi sono stati ideati e migliorati in un contesto socio-culturale per dare delle risposte, per risolvere dei problemi (semplici o sofisticati, pratici o teorici) sorti in tale contesto.**

A tutti Voi grazie dell'attenzione

Grazie a Jean-Philippe Drouhard (IREM-Université de Nice)

Per risorse, materiali e indicazioni bibliografiche si può consultare il sito: **www.syllogismos.it**